

Factorisation d'expressions

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 1 :

Factoriser les expressions suivantes:

1. $A = 9x + 18$
 $A = 9 \times x + 9 \times 2$
 $A = 9(x + 2)$

2. $B = 4a - 4b$
 $B = 4(a - b)$

3. $C = 2x + xy$
 $C = x \times 2 + x \times y$
 $C = x(y + 2)$

4. $D = k - k^2$
 $D = k \times 1 - k \times k$
 $D = k(1 - k)$

5. $E = 4i - 16j + 12$
 $E = 4 \times i - 4 \times 4 \times j + 4 \times 3$
 $E = 4(i - 4j + 3)$

Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes:

1. $A = (a + 1)(2a + 3) + (a + 1)(a - 5)$
 $A = (a + 1)(2a + 3 + a - 5)$
 $A = (a + 1)(3a - 2)$

2. $B = (i - 2)(i + 3) + (i - 2)^2$
 $B = (i - 2)(i + 3) + (i - 2)(i - 2)$
 $B = (i - 2)(i + 3 + i - 2)$
 $B = (i - 2)(2i + 1)$

$$3. C = 3(2a + b) - (2a + b)(a - 3)$$

$$C = (2a + b)(3 - (a - 3))$$

$$C = (2a + b)(3 - a + 3)$$

$$C = (2a + b)(6 - a)$$

$$4. D = 3x(ax + 2) + x(ax + 2)$$

$$D = (ax + 2)(3x + x)$$

$$D = 4x(ax + 2)$$

Exercice 3 :

Répondez par "Vrai" si une expression est un produit de facteurs ou "Faux" dans le cas contraire.

$$1. A = (i + 4)^2 \quad \text{Vrai}$$

$$2. B = y^2 + 8 \quad \text{Faux}$$

$$3. C = (x - 3)^2 \quad \text{Vrai}$$

$$4. D = 2a - 3b \quad \text{Faux}$$

$$5. E = a^2 + 5a \quad \text{Faux}$$

$$6. F = (3x - 5)(5 + 3x) \quad \text{Vrai}$$

$$7. G = 3x(ax - 2y)^2 \quad \text{Vrai}$$

$$8. H = x(x + 2y)(x - 6y)^2 \quad \text{Vrai}$$

Exercice 4 :

Factoriser en utilisant les identités remarquables:

$$1. A = 25y^2 + 20y + 4$$

$$A = 5^2y^2 + 2 \times 2 \times 5y + 2^2$$

$$A = (5y + 2)^2$$

$$2. B = k^2 - 25$$

$$B = k^2 - 5^2$$

$$B = (k + 5)(k - 5)$$

$$3. C = a^2 - 4a + 4$$

$$C = a^2 - 2 \times 2 \times a + 2^2$$

$$C = (a - 2)^2$$

$$4. D = 9x^2 - 6x + 1$$

$$D = (3x)^2 - 2 \times 3x + 1^2$$

$$D = (3x - 1)^2$$

Exercice 5 :

Compléter les égalités suivantes:

1. $A = 25a^2 - 49$

$A = (\dots)^2 - (\dots)^2$

$A = (\dots + \dots)(\dots - \dots)$

$A = (5a)^2 - (7)^2$

$A = (5a + 7)(5a - 7)$

2. $B = 16y^2 + 24y + 9$

$B = 4^2 \dots^2 + \dots \times 4y \times \dots + \dots^2$

$B = (\dots + \dots)^2$

$B = 4^2 y^2 + 2 \times 4y \times 3 + 3^2$

$B = (4y + 3)^2$

3. $C = 36i^2 - 12i + 1$

$C = \dots^2 i^2 - \dots \times \dots \times \dots + \dots^2$

$C = (\dots - \dots)^2$

$C = 6^2 i^2 - 2 \times 1 \times 6i + 1^2$

$C = (6i - 1)^2$

4. $D = 49 - 64a^2$

$D = \dots^2 - \dots^2$

$D = (\dots - \dots)(\dots + \dots)$

$D = 7^2 - 8^2 a^2$

$D = (7 - 8a)(7 + 8a)$

Exercice 6 :

1. Factoriser $A = 16 - 24x + 9x^2$

$A = 4^2 - 2 \times 4 \times 3x + 3^2 x^2$

$A = (4 - 3x)^2$

2. Factoriser $B = (4 - 3x)^2 - 4$

$B = (4 - 3x)^2 - 2^2$

$B = ((4 - 3x) - 2)((4 - 3x) + 2)$

$B = (2 - 3)(6 - 3x)$

- 3.** Déduis-en la factorisation de l'expression $16 - 24x + 9x^2 - 4$

Nous avons déduit que $16 - 24x + 9x^2 = (4 - 3)^2$ (Question 1):

Donc:

$$16 - 24x + 9x^2 - 4 = (4 - 3)^2 - 4$$

Suite à la factorisation de l'expression B (Question 2):

$$(4 - 3x)^2 - 4 = (2 - 3)(6 - 3x)$$

Donc:

$$16 - 24x + 9x^2 - 4 = (2 - 3)(6 - 3x)$$

Exercice 7 :

Factoriser ces expressions:

1. $A = a^2 + 81 + 18a$

$$A = a^2 + 9^2 + 2 \times 9 \times a$$

$$A = a^2 + 2 \times a \times 9 + 9^2$$

$$A = (a + 9)^2$$

2. $B = 4a^2 - 4ab + b^2$

$$B = 2^2a^2 - 2 \times 2a \times b + b^2$$

$$B = (2a - b)^2$$

3. $C = \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}xy + y^2$

$$C = \left(\frac{2}{3}\right)^2x^2 + 2 \times \frac{2}{3}x \times y + y^2$$

$$C = \left(\frac{2}{3}x + y\right)^2$$

4. $D = \pi^2 + 10\pi + 25$

$$D = \pi^2 + 2 \times 5 \times \pi + 5^2$$

$$D = (\pi + 5)^2$$

Exercice 8 :

Calculer sans calculatrice :

1. $1002^2 - 1001^2$

$$1002^2 - 1001^2 = (1002 - 1001)(1002 + 1001)$$

$$1002^2 - 1001^2 = 1 \times 2003$$

$$1002^2 - 1001^2 = 2003$$

- 2.** $100^2 - 200 \times 50 + 50^2$
 $100^2 - 200 \times 50 + 50^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 50 + 50^2$
 $100^2 - 200 \times 50 + 50^2 = (100 - 50)^2$
 $100^2 - 200 \times 50 + 50^2 = 50^2$
 $100^2 - 200 \times 50 + 50^2 = 2500$
- 3.** $3009^2 - 9^2$
 $3009^2 - 9^2 = (3009 - 9)(3009 + 9)$
 $3009^2 - 9^2 = 3000 \times 3018$
 $3009^2 - 9^2 = 9054000$
- 4.** $685^2 - 683^2$
 $685^2 - 683^2 = (685 - 683)(685 + 683)$
 $685^2 - 683^2 = 2 \times 1368$
 $685^2 - 683^2 = 2736$

Exercice 9 :

Soit $A = (3a + 2)(2a + 1) + (3a + 2)(a + 8)$.

- 1.** Factoriser pour vérifier que:
 $A = (3a + 2)(2a + 1) + (3a + 2)(a + 8)$.
 $A = (3x + 2)(3x + 9)$.
 $A = (3a + 2)((2a + 1) + (a + 8))$.
 $A = (3a + 2)(3a + 9)$.
- 2.** Déduis-en une nouvelle factorisation de A , en factorisant $(3x + 9)$
 $A = (3a + 2)(3 \times a + 3 \times 3)$.
 $A = (3a + 2) \times 3 \times (a + 3)$.
 $A = 3(3a + 2)(a + 3)$.

Exercice 10 :

- 1.** Calculer.
- $4^2 - 3 \times 5 = 16 - 15 = 1$
 - $8^2 - 9 \times 7 = 64 - 63 = 1$
 - $15^2 - 14 \times 16 = 225 - 224 = 1$

- $11^2 - 10 \times 12 = 121 - 120 = 1$

2. Nous remarquons que:

- $4^2 - 3 \times 5 = 4^2 - (4 - 1) \times (4 + 1) = 1$
- $8^2 - 9 \times 7 = 8^2 - (8 - 1) \times (8 + 1) = 1$
- $15^2 - 14 \times 16 = 15^2 - (15 - 1) \times (15 + 1) = 1$
- $11^2 - 10 \times 12 = 11^2 - (11 - 1) \times (11 + 1) = 1$

Nous pouvons déduire que:

$$x^2 - (x - 1)(x + 1) = 1$$

3. Prouver l'égalité précédente.

$$x^2 - (x^2 - 1^2) = x^2 - x^2 + 1$$

Donc:

$$x^2 - (x^2 - 1^2) = 1$$

Exercice 11 :

Prenons le programme de calcul suivant:

- Choisis un nombre.
- Calcule son triple augmenté de 2.
- Calcule le carré du résultat.

1. Appliquer le programme précédent avec les nombres: 5, 3, 10, $\frac{1}{2}$ Application du programme pour le nombre 5:

- Choisis un nombre. $\Rightarrow 5$
- Calcule son triple augmenté de 2.
 $3 \times 5 + 2$
- Calcule le carré du résultat. $(3 \times 5 + 2)^2 = 289$

Application du programme pour le nombre 3:

- Choisis un nombre. $\Rightarrow 3$
- Calcule son triple augmenté de 2.
 $3 \times 3 + 2$
- Calcule le carré du résultat. $(3 \times 3 + 2)^2 = 121$

Application du programme pour le nombre 10:

- Choisis un nombre. $\Rightarrow 10$

- Calcule son triple augmenté de 2.
 $3 \times 10 + 2$
- Calcule le carré du résultat. $(3 \times 10 + 2)^2 = 1024$

Application du programme pour le nombre $\frac{1}{2}$:

- Choisis un nombre. $\Rightarrow \frac{1}{2}$
- Calcule son triple augmenté de 2.
 $3 \times \frac{1}{2} + 2$
- Calcule le carré du résultat. $(3 \times \frac{1}{2} + 2)^2 = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$

2. Trouver le(s) nombre(s) qui donne(nt) zéro pour résultat.

Nous formulons le problème:

Représentons le nombre par un inconnu n :

- Choisis un nombre. $\Rightarrow n$
- Calcule son triple augmenté de 2.
 $3 \times n + 2$
- Calcule le carré du résultat. $(3n + 2)^2$

Pour trouver les nombres qui donnent zéros pour résultat. On doit résoudre l'équation suivante:

$$(3n + 2)^2 = 0$$

$$\text{Cela donne: } 3n + 2 = 0$$

$$\text{Donc: } n = -\frac{2}{3}$$

le nombre qui donne zéros pour résultat du programme est $-\frac{2}{3}$

Exercice 12 :

Prenons: $B = 2(3x - 5) + (3x - 5)(y - 2) - y(x - 5)$

1. Prouve que $B = 2xy$
2. Calcule B pour $x = \frac{81}{80}$ et $y = \frac{40}{81}$

1. Prouve que $B =$
 $B = 2(3x - 5) + (3x - 5)(y - 2) - y(x - 5)$
 $B = (3x - 5)(2 + (y - 2)) - y(x - 5)$
 $B = (3x - 5)y - yx + 5y$

$$B = 3xy - 5y - yx + 5y$$

$$B = 3xy - xy - 5y + 5y$$

$$B = 2xy$$

2. Calcule B pour $x = \frac{81}{80}$ et $y = \frac{40}{81}$

$$B = 2 \times \frac{81}{80} \times \frac{40}{81}$$

$$B = 2 \times \frac{81}{2 \times 40} \times \frac{40}{81}$$

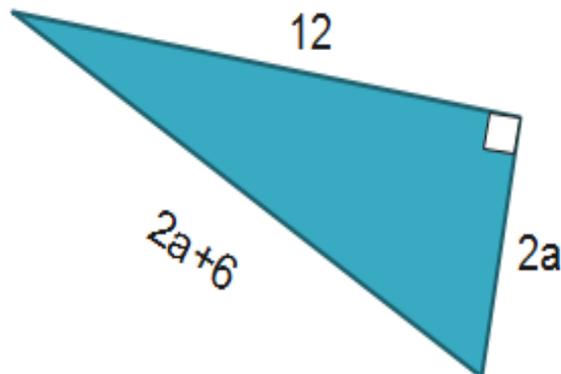
$$B = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{81}{40} \times \frac{40}{81}$$

$$B = \frac{2}{2} \times \frac{81}{40} \times \frac{40}{81}$$

$$B = 0$$

Exercice 13 :

Calcule a , en utilisant le théorème de Pythagore.



On appliquant théorème de Pythagore, nous retrouvons:

$$(2a + 6)^2 = 12^2 + (2a)^2$$

$$(2a)^2 + 2 \times 2a \times 6 + 6^2 = 12^2 + (2a)^2$$

$$24a + 36 = 144$$

$$24a = 144 - 36$$

$$a = \frac{144 - 36}{24}$$

$$a = 4,5$$

Exercice 14 :

1. Factoriser $9n^2 - 16$

$$9n^2 - 16 = (3n)^2 - 4^2$$

$$9n^2 - 16 = (3n - 4)(3n + 4)$$

2. Déduis la factorisation de l'expression:

$$C = 9n^2 - 16 + (n - 2)(3n + 4)$$

$$C = (3n - 4)(3n + 4) + (n - 2)(3n + 4)$$

$$C = (3n + 4)((3n - 4) + (n - 2))$$

$$C = (3n + 4)(4n - 6)$$

$$C = (3n + 4) \times 2 \times (2n - 3)$$

$$C = 2(3n + 4)(2n - 3)$$

Exercice 15 :

Trouvez trois nombres entiers naturels pairs successives où la somme est égale à 534.

- Un nombre paire est représenté par x .
- Trois nombres pairs successives sont $x, x + 2, x + 4$.
- La somme de trois nombres successives est formulé par $x + (x + 2) + (x + 4)$.

$$\text{Donc: } x + (x + 2) + (x + 4) = 534$$

$$3x + 6 = 534$$

$$x = \frac{534 - 6}{3}$$

$$x = 176$$

- Les trois nombres sont 176 ,178, 180

Exercice 16 :

Factorise les expressions suivantes:

1. $A = (5x + 7)^2 + 10x + 15$

$$A = (5x + 7)^2 + 2 \times 5x + 14 + 1$$

$$A = (5x + 7)^2 + 2 \times 5x + 2 \times 7 + 1$$

$$A = (5x + 7)^2 + 2(5x + 7) + 1$$

$$A = (5x + 7)^2 + 2 \times (5x + 7) \times 1 + 1^2$$

$$A = ((5x + 7) + 1)^2$$

$$A = (5x + 8)^2$$

2. $B = (3a - b + 2)^2 - (a + 2b - 2)^2$

$$B = (3a - b + 2 - (a + 2b - 2))(3a - b + 2 + a + 2b - 2)$$

$$B = (3a - b + 2 - a - 2b + 2)(4a + b)$$

$$B = (2a - 3b + 4)(4a + b)$$

3. $C = 4a^2 + 7ab + 3b^2$ (Indice : transformer le deuxième terme)

$$C = 4a^2 + (4 + 3)ab + 3b^2$$

$$C = 4a^2 + 4ab + 3ab + 3b^2$$

$$C = 4a(a + b) + 3b(a + b)$$

$$C = (a + b)(4a + 3b)$$

4. $D = i(2i^2 + i) - 2(4i + 2)$

$$D = i^2(2i + 1) - 4(2i + 1)$$

$$D = (2i + 1)(i^2 - 4)$$

$$D = (2i + 1)(i^2 - 2^2)$$

$$D = (2i + 1)(i - 2)(i + 2)$$