Emilie de Rodat

CORRECTION CONTRÔLE 4

Exercice 1:

Choisissons la ou les bonnes réponses pour remplir la colonne réponse.
Aucune justification n'est attendue pour cet exercice.
Pour les questions ci-dessous, on considère l'ensemble $E = \{a; b; c; d; e\}$

		A	B	C	D	Réponses
1	Card $(E \times E) =$	5	2^5	5^2	$5!$	C
2	Pour E, $\{b; c; d\}$ est...	un arrangement	une permutation	une combinaison	un triplet	C
3	Pour E, $(d; a)$ est ...	un arrangement	une permutation	une combinaison	un couple	A et D
4	Le nombre de permutations de E est :	5^2	$\binom{5}{2}$	$5!$	5×4	C
5	Le nombre d'arrangements à 2 éléments de E est :	5^2	$\binom{5}{2}$	2^5	5×4	D
6	Le nombre de sous-ensembles de E est :	5^2	$\binom{5}{2}$	2^5	5×4	C
7	$\binom{24}{7} = ...$	$\binom{7}{24}$	$\binom{17}{7}$	$\binom{24}{17}$	24×7	C
8	$\binom{23}{8} + \binom{23}{9} = ...$	$\binom{23}{8+9}$	$\binom{24}{9}$	$\binom{24}{8}$	$\binom{24}{8+9}$	B

Exercice 2:

Aucune justification n'est attendue pour cet exercice.

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifions au mieux :

   (a) $(n+1) \times n! = (n+1)!$

   (b) $\dfrac{(n+1)!}{(n+2)!} = \dfrac{(n+1)!}{(n+2) \times (n+1)!} = \dfrac{1}{(n+2)}$

(c) $\dfrac{(n+2)!}{n+2} = \dfrac{(n+2)\times(n+1)!}{n+2} = (n+1)!$

2. Calculons :

(a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} = \dfrac{7!}{5!(7-5)!} = \dfrac{7\times 6\times 5!}{5!\times 2!} = \dfrac{7\times 6}{2\times 1} = 7\times 3 = 21.$

D'où $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} = 21.$

(b) $\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = \dfrac{9!}{8!(9-8)!} = \dfrac{9\times 8!}{8!\times 1!} = \dfrac{9}{1} = 9.$

D'où $\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = 9.$

(c) $\begin{pmatrix} 13 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$

(d) $\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} = 1$

(e) $\begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} = \dfrac{12!}{2!(12-2)!} = \dfrac{12\times 11\times 10!}{2!\times 10!} = \dfrac{12\times 11}{2} = 6\times 11 = 66.$

D'où $\begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} = 66.$

(f) $\begin{pmatrix} 20 \\ 1 \end{pmatrix} = 20$

Exercice 3:

1. Énoncé de la formule du triangle de Pascal :
   Soient n et k deux entiers naturels tels que: $k \leq n$.
   Si $1 \leq k \leq n-1$ alors on a:
   $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

2. Démontrons que : $31! + 32! = 33 \times 31!$
   On a : $31! + 32! = 31! + 32 \times 31! = (1+32) \times 31! = 33 \times 31!$.
   D'où le résultat.

3. Soit n un entier naturel. Factorisons $n! + (n+1)!$.
   $$\begin{aligned} n! + (n+1)! &= n! + (n+1)n! \\ &= n! \times (1+n+1) \\ &= (n+2)\times n! \end{aligned}$$

The End.