EMILIE DE RODAT

CONTRÔLE 3

Exercice 1:

Pour chaque question, une ou plusieurs réponses sont possibles. Chaque bonne réponse rapporte 0,5 point et chaque mauvaise réponse enlève 0,5 point.
Sur votre copie recopier le **numéro de la question** et **la ou les lettres** correspondant aux réponses choisies.
Aucune justification n'est attendue pour cet exercice.

		A	B	C	D
1	La suite (u_n) définie par $u_n = 5 \times (-1)^n$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite
2	La suite (v_n) définie par $v_n = n - 5n^2$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite
3	La suite (w_n) définie par $w_n = n - 5\sin(n)$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite
4	Pour tout entier naturel n, on considère la propriété $P(n)$:«$n^3 > 3n$»	$P(0)$ est vraie	$P(1)$ est vraie	$P(2)$ est vraie	$P(n)$ est vraie pour tout $n \geq 2$
5	La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{3n+2}{n+1}$	Croissante	Décroissante	Majorée par 3	Minorée par 3
6	La suite (a_n) définie telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{1}{2n+1} < a_n < \dfrac{3n+1}{n^2+2}$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite
7	La suite géométrique (b_n) de premier terme $b_0 = -3$ et de raison $\dfrac{1}{4}$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite
8	La suite (c_n) définie par $5^n - 7^n$	a pour limite $+\infty$	a pour limite 0	a pour limite $-\infty$	n'a pas de limite

Exercice 2:

Calculer les limites des suites suivantes en utilisant la méthode la plus adaptée.

1. $u_n = \dfrac{5n^2 - 3n}{n^2 + 1}$
2. $v_n = \dfrac{(-1)^n + 8}{\sqrt{n}}$
3. $w_n = e^n + n^2 + 1$
4. $t_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n+4}$

5. $s_n = 5 + 5 \times \frac{1}{4} + 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + ... + 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

Exercice 3:

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Démontrer par récurrence que, tout entier naturel n, $u_n \geq n$.
3. En déduire que la suite (u_n) est croissante.
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. On souhaite déterminer à partir de quel rang $u_n \geq 20000$. Rédiger un algorithme en langage Python permettant de répondre à la question.
6. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n + 1$.
   (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
   (b) En déduire que, pour tout entier n, on a : $u_n = 3^n + n - 1$.
   (c) Déterminer l'expression de $s_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_n$ en fonction de n.

The End.