

SAINTE MARIE DES CHAMPS

CONTRÔLE 1

L'usage de la calculatrice est autorisé, à condition que le mode Examen soit activé.

Il est demandé d'apporter un soin particulier à la présentation et à la rédaction.

Vous pouvez admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Vous êtes invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse.

*Les élèves **bénéficiant d'un tiers-temps** ne traiteront pas les questions marqués d'une étoile (*).*

Exercice 1: *Étude d'une fonction*

On considère la fonction polynôme du troisième degré f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 63.$$

On appelle \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer la dérivée f' de f .
2. Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
3. (*) Déterminer en quels points de la courbe \mathcal{C} la tangente à la courbe est parallèle à la droite l'équation $y = 3x - 100$.

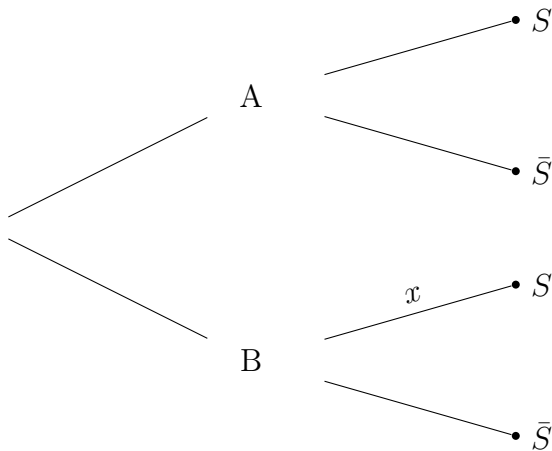
Exercice 2: *Probabilités*

Un libraire dispose d'un stock de magazines. On sait que 40% des magazines provient d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B. Il constate que 91% des magazines reçus sont vendus dans la semaine. Il constate également que 85% des magazines provenant du fournisseur A sont vendus dans la semaine. Le responsable des achats prend au hasard un magazine dans le stock. On considère les événements suivants :

- A : « Le magazine provient du fournisseur A. »
- B : « Le magazine provient du fournisseur B. »
- S : « Le magazine est vendu dans la semaine. »

1. On note $P_B(S) = x$.

Compléter sur le sujet l'arbre pondéré ci-dessous traduisant la situations :



2. (*) Calculer la probabilité que le magazine choisi au hasard provienne du fournisseur A et qu'il soit vendu dans la semaine.
3. Démontrer que $0,34 + 0,6x = 0,91$ et en déduire $P_B(S)$.
4. Le magazine choisi est vendu dans la semaine. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'il provienne du fournisseur B.

Exercice 3: Suites numériques

D'après l'ADEME (Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie), chaque français a produit une masse moyenne de 365 kg de déchets ménagers en 2018.

Un maire, étant informé que la masse moyenne en déchets ménagers dans sa commune en 2018 était de 400kg par habitant, décide d'une campagne annuelle de sensibilisation au recyclage qui conduit à une réduction de cette production de 1,5% par an, et cela dès l'année 2019.

On modélise alors la masse moyenne de déchets ménagers par habitant calculée en fin d'année dans cette commune par une suite (d_n) où pour tout entier naturel n , d_n correspond à la masse moyenne de déchets ménagers par habitant, en kg, pour l'année 2018+n. Ainsi $d_0 = 400$.

1. (*) Prouver que $d_1 = 394$. Interpréter ce résultat.
2. Déterminer la nature de la suite (d_n) . Préciser sa raison et son premier terme.
3. Pour tout entier naturel n , exprimer d_n en fonction de n et en déduire la masse moyenne, arrondie à l'unité, de déchets ménagers par habitant pour l'année 2022.
4. (*) A l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année la masse moyenne de déchets ménagers par habitant deviendra-t-elle inférieure à 365kg?

Bonus:

Écrire une fonction Python qui retourne l'année à laquelle la masse moyenne de déchets ménagers par habitant de la commune devient inférieure à 365kg.