Le Caousou

Contrôle 34

1. On considère dans un repère orthogonal du plan la parabole d'équation $y = 5(x+4)^2 - 9$.
   Déterminer les coordonnées du sommet et de la parabole et l'équation de l'axe de symétrie de cette parabole.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 3(x-7)^2$
   Dresser le tableau de variation de f en justifiant.

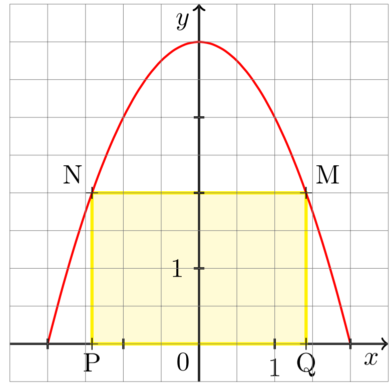
3. Soit f une fonction polynôme du second degré. La parabole représentative de cette fonction a pour sommet $S(1;-2)$ et passe par le point $A(3;4)$. Déterminer $f(x)$ sous forme canonique.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x-3)(-x^2+x-2) \leq 0$

5. Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2+2x-7$ et $g(x) = -x^2+3x-1$.
   On note C_f et C_g les paraboles respectives des fonctions f et g dans un repère du plan. Déterminer, par le calcul, sur quels intervalles la parabole C_f est située au-dessus de C_g.

6. On considère la fonction f définie sur $[-2;2]$ par : $f(x) = 4 - x^2$ et C_f sa courbe représentative.
Pour $x \in [0;2]$, on note :
   - P et Q les points de l'axe des abscisses, d'abscisses respectives $-x$ et x
   - M et N les points de C_f de même abscisse x et $-x$.

   On s'intéresse au périmètre $p(x)$ du rectangle $MNPQ$.

   (a) Montrer que pour tout $x \in [0;2]$: $p(x) = -2x^2 + 4x + 8$.

   (b) Dresser le tableau de variation de la fonction p en justifiant.

   (c) i. En déduire la valeur de x pour laquelle le périmètre du rectangle $MNPQ$ est maximum.
   ii. Quel est alors ce périmètre maximal?

7. (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 4n$.
Montrer que la suite (u_n) est croissante à partir d'un certain rang que l'on précisera.

8. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \dfrac{n-3}{2n+1}$.

   (a) i. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{7}{(2n+3)(2n+1)}$
   ii. Que peut-on en déduire sur la monotonie de la suite (u_n)?

   (b) À l'aide de la calculatrice :
   i. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n \geq 0,44$.
   ii. Conjecturer la limite de cette suite.

9. On considère la suite (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 0,4u_n + 6 \end{cases}$ et $v_n = 5n + 6$

   (a) On utilise un tableur pour obtenir un tableau de valeurs des termes de ces deux suites.
   Compléter :
   La formule saisie en B3 est :.........................
   La formule saisie en C3 est :.........................

	A	B	C
1	n	Un	Vn
2	0	3	6
3	1		
4	2		

   (b) À l'aide de la calculatrice, conjecturer la monotonie et la convergence de la suite (u_n).

   (c) i. Compléter la fonction Python ci-contre afin qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq 9,99$.
   ii. Quelle sera la valeur retournée après exécution de l'algorithme?

```
def seuil():
    n=0
    u=3
    while .........:
        u = ........
        n=n+1
    return n
```

The End.