DÉRIVATION ET ÉTUDE DE FONCTIONS

EXERCICES

EXTREMUMS D'UNE FONCTION

Exercice 1 :

On veut montrer que pour tout réel $x \in [0;+\infty[$, $3x^3 - 4x + 5 \geq 3$.
Pour cela, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^3 - 4x + 5.$$

1. Déterminer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. Déduis-en la valeur du minimum de f sur $[0;+\infty[$.

3. Conclure.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $]1,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 + x - 2\sqrt{x}.$$

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$

3. Dresser le tableau de variations de f.

4. Quels sont les extremums de la fonction f sur $]1,+\infty[$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 7x + 8$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x + 6$.

- **a.** Déterminer l'expression de $f(x) - g(x)$.
- **b.** Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
- **c.** Déterminer la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à la tangente T.

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-3x+1}{2x^2 - x + 1}$.

1. **a.** Tracer la courbe représentative de f à l'aide d'un logiciel.

- **b.** Donner par lecture graphique, les extremums de la fonction f, ainsi que les valeurs de x pour lesquelles ils sont atteints.

2. **a.** Déterminer $f'(x)$.

- **b.** Étudier le signe de $f'(x)$
- **c.** Dresser le tableau de variations de f.
- **d.** Confirmer ou infirmer les valeurs des extremums trouvés à la question 1.

Exercice 5 :

Les offres de beauté du week-end dans une clinique de spa-beauté, sont au prix de x euros, le chiffre d'affaires en centaines d'euros réalisé par le centre est modélisé par la fonction R définie sur l'intervalle $[1;3]$: $R(x) = x^2 + 2x$.

1. Donner le prix qu'on devrait appliqué par offre pour que le chiffre d'affaires soit maximal.

2. Donner alors ce chiffre d'affaires maximum.