DÉRIVATION ET ÉTUDE DE FONCTIONS

EXERCICES

DÉRIVATION GLOBALE

Exercice 1 :

Déterminer dans chacun des cas, l'ensemble de dérivabilité de la fonction, puis calculer sa dérivée.

1. $f : x \mapsto x^4 + 2$

2. $g : x \mapsto -3x + \sqrt{7}$

3. $h : x \mapsto 3\sqrt{5}x + 3$

4. $k : x \mapsto 3x^2 - \sqrt{3}x + 2$

Exercice 2 :

Déterminer dans chacun des cas, l'ensemble de dérivabilité de la fonction, puis calculer sa dérivée.

1. $f : x \mapsto 3\sqrt{x}$

2. $g : x \mapsto \dfrac{x^2 + 1}{x}$

3. $h : t \mapsto \dfrac{2t^2 - 3}{3} - 2t + 2$

4. $k : s \mapsto \dfrac{2}{3}s^3 - 2s^2 - s$

Exercice 3 :

Déterminer dans chacun des cas, l'ensemble de dérivabilité de la fonction, puis calculer sa dérivée.

1. $f : x \mapsto \dfrac{5x+3}{x-2}$

2. $g : x \mapsto \dfrac{-3x^2+2x-7}{2x-2}$

3. $h : x \mapsto 3-2x+5\sqrt{x+1}$

4. $k : x \mapsto \dfrac{-7x^2+14x-12}{2}$

Exercice 4 :

Soient u, v, w et z des fonctions définies pour tout réel x strictement positif, par :

$$u(x) = -3x+4 \qquad v(x) = 1+\sqrt{x},$$
$$w(x) = x^3 - x^2 \qquad \text{et} \qquad z(x) = -\frac{2}{x}$$

1. Déterminer la dérivée de chacune des fonctions u, v, w et z.

2. Après avoir donner l'expression des fonctions suivantes, déterminer leur fonction dérivée.

$f = 3w + u \qquad g = u - \dfrac{1}{2}z + 2v \qquad h = \dfrac{-u}{2w}$

3. Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

$k : x \mapsto \sqrt{3x-2} \qquad l : x \mapsto (3x-2)^2 \qquad m : x \mapsto \dfrac{1}{3x^2-2}$

Exercice 5 :

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (5x-3)(-2x+7).$$

1. Donner les fonctions u et v telles que $f = uv$.

2. Calculer les fonctions dérivées u' et v'.

3. Déduis-en la fonction dérivée de f.

4. Développer l'expression de f puis retrouver le résultat précédent.

Exercice 6 :

On considère une fonction f définie pour tout x non nul par:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2}{x}.$$

1. Donner les fonctions u et v telles que $f = \frac{u}{v}$.

2. Calculer les fonctions dérivées u' et v'.

3. Déduis-en la fonction dérivée de f.

Exercice 7 :

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions ci-dessous en précisant le domaine de définition et de dérivabilité.

1. $f(x) = 5x^2 + 2x - 2$

2. $g(x) = -\frac{5}{2x}$

3. $h(x) = 7\sqrt{2x}$

4. $u(x) = 2x - 7\sqrt{x - 1}$

5. $v(x) = x^2 - 3x + \sqrt{3x - 2}$

6. $w(x) = -x\pi - \frac{2x}{\sqrt{7}}$

Exercice 8 :

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions ci-dessous en précisant le domaine de définition et de dérivabilité.

1. $f(x) = (2x-3)^5$

2. $g(x) = (4-2x)(x^2-2x+5)$

3. $h(x) = \dfrac{3x^2-1}{x^2+1}$

4. $u(x) = \dfrac{12x-5}{2x-3}$

5. $v(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{3x-6}$

6. $w(x) = \dfrac{4}{3-4x}$

Exercice 9 :

Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions ci-dessous sur le domaine indiqué.

1. $f_1(x) = \dfrac{-1}{2x-2}$ pour tout $x \in]1;+\infty[$.

2. $f_2(x) = -3\sqrt{3x+2}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

3. $f_3(x) = 3x^2+5x-2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

4. $f_4(x) = \sqrt{x^2+5}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.