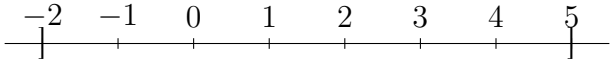
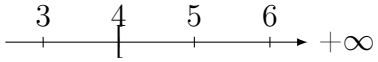
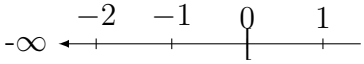
Lycée Le Caousou

CORRECTION CONTRÔLE 4

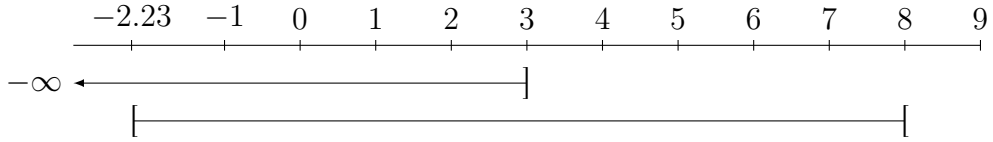
Exercice 1 : **Les intervalles, c'est trop facile !**

1) Complétons le tableau

Inégalité	Schéma	Intervalle
$-2 < x \leqslant 5$		$]-2,5]$
$x \geqslant 4$ ou $4 \leqslant x$		[4,+∞[
$x < 0$		]-∞,0]

2-a) Oui, le nombre réel $x \in$ I.
On peut écrire : $x \leqslant 3$

b) Déterminons I $\cup$ J en utilisant une représentation graphique



$\boxed{I \cup J =]-\infty, 8]}$

c) Oui, le nombre -1 $\in I \cap J$

Cherchons d'abord I∩J
I∩J=]-$\sqrt{5}$,3]
or -$\sqrt{5} \simeq$-2.23
-1 étant entre -2.23 et 3 alors -1∈]-$\sqrt{5}$,3]
D'où -1 ∈ I∩J

Astuce :

1) Pour bien compléter ce tableau vous aurez à utiliser les formules suivantes :
$\forall a < b$ on a :

•$]a, b] \Rightarrow a < x \leqslant b$

•$[a, +\infty[\Rightarrow a \leqslant x$ ou $x \geqslant a$

•$] - \infty, b[\Rightarrow x < b$

2-a) Par définition, x∈$] - \infty, A] \Rightarrow x \leqslant A$

b) Trouver $A \cup B$ revient à chercher le plus grand ensemble (intervalle) de $A \cup B$ tel que :
$A \subset (A \cup B)$ et $B \subset (A \cup B)$
De plus, si $x \in A \cup B$ alors x∈A ou x∈B

c) L'appartenance d'un nombre à un ensemble (intervalle) revient à voir si le nombre est élément de l'ensemble (intervalle).

Exercice 2 : **Mais quel est ce nombre ?**

Cherchons le nombre de départ
Soit n l'entier naturel nombre de départ et q le quotient de $n \div 7$
On a :

n	7
3	q

et

q	7
5	11

donc $\begin{cases} n = 7 \times q + 3 \\ q = 7 \times 11 + 5 \end{cases}$ $\Rightarrow$ q=82 et n=577

Cont.

On conlut donc que le nombre de départ est :

$$\boxed{n=577}$$

Astuce :

Par défintion, si

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

a : dividende
b : diviseur
r : reste
q : quotient

alors $a=b \times q + r$

Exercice 3 : **Copains ou pas ?**

1) Vérifions justification à l'appui si 71 est un nombre premier

Calculons $\sqrt{71}$

$$\sqrt{71} = 8.426$$

Il suffit donc de tester la divisibilité avec tous les nombres compris entre 1 et 8.
71 n'est divisible que par 1 et par lui même du coup 71 est un nombre premier

2) Donnons la liste de tout les diviseurs de 12 puis de 16

• $\sqrt{12} \simeq 3.46$

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ &= 2 \times 6 \\ 12 &= 3 \times 4 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 12 sont : $\boxed{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12}$

• $\sqrt{16} \simeq 4$

Cont.

$$\begin{aligned} 16 &= 1 \times 16 \\ &= 2 \times 8 \\ 12 &= 4 \times 4 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 16 sont : $\boxed{1, 2, 4, 8, 16}$

3-a) Montrons que 12 et 16 ne sont pas amicaux

De la question 2 précédente on a les diviseurs de 12 et 16
Soit S_1 la somme des diviseurs de 12 autres que lui-même et S_2 la somme des diviseurs de 16 autres que lui-même

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$$

$$S_2 = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$$

La somme des diviseurs de 16 n'est pas égale à 15 donc 12 et 16 ne sont pas amicaux

b) Montrons que 220 et 284 sont amicaux

• 220

$\sqrt{220} \simeq 14.832$

$$\begin{aligned} 220 &= 1 \times 220 \\ &= 2 \times 110 \\ &= 4 \times 55 \\ &= 5 \times 44 \\ &= 10 \times 22 \\ 220 &= 11 \times 20 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 220 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 110, 55, 44,22, 220
Soit S_1' la somme des diviseurs de 220 sauf 220

$$S_1' = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 110 + 55 + 44 + 22 = 284$$

• 284

$\sqrt{284} \simeq 16.852$

$$\begin{aligned} 284 &= 1 \times 284 \\ &= 2 \times 142 \\ &= 4 \times 71 \end{aligned}$$

Cont.

Les diviseurs de 220 sont : 1, 2, 4, 71, 142, 284
Soit S_2' la somme des diviseurs de 284 sauf 284

$$S_2' = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

De tout ce qui précédent, on retient donc que les nombres 220 et 284 sont amicaux

Astuce :

1) Pour tester si un nombre a est premier, on essaie de le diviser par tous les nombres premiers entre 1 et racine de a

2) Ici le calcul de la racine carrée de 12 nous a permis de savoir qu'on peut s'arrêter à la racine carrée du nombre en question et pareil pour le nombre 16

3) Deux entiers naturels sont dites amicaux si chacun est égal à la somme de ces diviseurs, autres que lui-même, de l'autre.
Pour bien résoudre cet exercice il faut d'abord déterminer les diviseurs de chacun des deux nombres puis faire la somme des diviseurs autres que lui-même, de l'autre pour chaque cas.

Exercice 4 : **Multiple de 7**

1) Expliquons pourquoi on peut écrire $m = 7 \times q$

m étant un multiple de 7 alors m est divisible par 7 et admet pour reste zéro (0).De ce fait, on peut donc conclure que $m = 7 \times q$

2) Démontrons que m-n est un multiple de 7

De la question précédente on a :

$$m = 7 \times q \ (a)$$

Soit q_1 le quotient de la division de n par 7
n étant aussi un multiple de 7 on peut donc écrire :

$$n = 7 \times q_1 \ (b)$$

De (a) et (b) on aboutit au système suivant :

$$\begin{cases} m = & 7 \times q \\ n = & 7 \times q_1 \end{cases}$$

$m - n = (7 \times q) - (7 \times q_1)$
$m - n = 7(q - q_1)$

Cont.

$$\boxed{m - n = 7(q - q_1)}$$

De cette relation on conclut que m-n est multiple de 7

3-a) Indiquons la formule à saisir dans la cellule B2

La formule à saisir est la suivante :

$$\boxed{=\text{MOD (A2 ;7)}}$$

b) Indiquons la formule à saisir dans la cellule C2

La formule à saisir est la suivante :

$$\boxed{=\text{SI(B2<>0 ;"non" ;"oui")}}$$

c- Le mot qui s'affichera dans la cellule C12 est : "oui"

Astuce :

Pour bien résoudre les questions 1 et 2 de cet exercice, connaître la définition suivante :
Un nombre "n est dit multiple de 3" si 3 divise n et qu'après division l'on obtient un reste égal à zéro (0).

3) Si vous vous perdez dans l'insertion des formules sous excel voici ci-dessous pour vous la démarche à adopter :

- Créer votre fichier Excel puis reproduire le tableau
- Pour trouver le reste de la cellule B2 mettre le curseur dans la case B2
- Cliquez ensuite sur "Formules" dans le menu Excel
- Cliquez sur "Insérer une fonction"
- Choisi la fonction MOD puis choisir les valeurs à entrée comme trouver dans la formule
- Ainsi fait vous obtenez le résultat recherché

La démarche reste la même pour la question b

c) Le choix ici du mot "oui" vient du résultat obtenu après remplissage de notre tableau avec la fonction "SI" sous Excel

Cont.

Exercice 5 : **Impairs et somme de deux carrée font-ils la paire ?**

1) Complétons le tableau

a	b	Valeur de a^2+b^2	Parité de a^2+b^2
6	10	136	Pair
4	5	41	Impair
7	2	53	Impair
9	3	90	Pair

2) Complétons les conjectures

a) a^2+b^2 est un nombre pair lorsque les nombres a et b ont une somme paire

b) a^2+b^2 est un nombre impair lorsque les nombres a et b ont une somme impaire

c) Pour qu'un nombre N impair s'écrive sous la forme a^2+b^2 il faut, qu'un et un seul des deux nombres a et b soit obligatoirement impair ou l'un des deux nombres soit pair et l'autre impair

3) Illustrons un exemple de nombre N impair qui s'écrive comme somme de carrées de deux autres entiers

a	b	Valeur de a^2+b^2	Parité de a^2+b^2
1	2	5	Impair

4) Démontrons que N=a^2+b^2 est de la forme 4k+1 avec k $\in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} N &= a^2+b^2 \\ &= (2u)^2+(2v+1)^2 \\ &= 4u^2+4v^2+4v+1 \\ &= 4(u^2+v^2+v)+1 \\ N &= 4k+1 \ avec \ k=(u^2+v^2+v) \end{aligned}$$

D'où $N=a^2+b^2$ est de la forme : $\boxed{4k+1}$ avec k $\in \mathbb{N}$

• Déduction
On vient de démontrer que : N=4k+1 avec k $\in \mathbb{N}$
$\forall k \in \mathbb{N}$, 4K est pair
4k étant pair alors 4k+1 est impair

Par suite on conclut donc que | N est impair |

5) Trouvons un exemple de nombre impair de la forme (4k+1) avec $k \in \mathbb{N}$

Cont.

Prenons N=9

$$\begin{aligned} N &= 9 \\ &= 4 \times 2 + 1 \end{aligned}$$

De cet exemple, on remarque que N est de la forme 4k+1 avec $k = 2 \in \mathbb{N}$

Astuce :

1) Un nombre est dit :

• **Pair** si elle peut s'écrire sous la forme n=2k avec k $\in \mathbb{N}$

• **Impair** si elle peut s'écrire sous la forme n=2k+1 avec k $\in \mathbb{N}$

2) Le tableau suivant résume l'astuce parfait pour bien résoudre cette question

+	P	I
P	P	I
I	I	P

avec P : pair et I : impair

• S'agissant des questions 3, 4 et 5 suivantes la question 1 précédente résume l'astuce pour comprendre les réponses obtenue.

Exercice 6 : **Vrai/Faux à justifier**

Cont.

Affirmations	V/F	Justifications
n désignant un entier relatif, l'entier 9n+6 est un multiple de 3.	V	$\begin{aligned} 9n+6 &= (3\times 3n)+(3\times 2)\\ &= 3\times(3n+2)\\ 9n+6 &= 3(3n+2)\end{aligned}$ donc 9n+6 est divisible par 3.
Le produit d'un nombre décimal par 100 est un entier	F	Si la partie décimale du nombre comporte trois chiffres après la virgule dans ce cas si l'on multiplie le nombre décimal par 100 nous retrouvons toujours un nombre décimal.
Soit a un entier pair, le nombre 5a+2 est un nombre pair.	V	a étant pair, prenons a=2n.On a : $\begin{aligned} 5a+2 &= 5(2n)+2\\ &= 2(5n+1)\\ 5a+2 &= 2k \ avec \ k=5n+1\end{aligned}$ d'où 5a+2 est pair
Si $n=2^2\times 3^2$ alors n admet exactement 9 diviseurs	V	1, 2, 4, 3, 6, 9, 12, 18, 36 sont les diviseurs de n. Donc n admet exactement 9 diviseurs.
La somme de deux nombres premiers supérieur ou égaux à 3 est paire	V	Car un nombre premier supérieur ou égal à 3 est toujours impair.Or la somme de deux nombres impairs est pairs
$x\in]0.5,7]$ alors $x\geqslant 0$	F	$\forall x\in]0.5,7]$, $0\notin]0.5,7]$ .0 n'étant pas compris dans cet intervalle on dira donc que x est strictement supérieur à 0.
$x\in[-1,10[$ alors $-1<x<10$	F	$x\in[-1,10[$ alors $-1\leqslant x<10$

Astuce :

• On dit qu'un nombre "n est multiple de 3" si 3 divise n et qu'après division l'on obtient un quotient parfait et un reste égal à zéro (0)

• Le "quotient" d'une division est dit "parfait" s'il est un entier

• Un nombre "n" est dit "pair" si n peut s'écrire sous la forme : $n = 2k$ avec k un entier

The End.