CORRECTION CONTRÔLE 1

Exercice 1 :

Développons :

a)

1ère méthode de résolution

$$\begin{aligned}
(2x+5)^2+(3x-4)^2 &= (2x+5)(2x+5)+(3x-4)(3x-4)\\
&= (4x^2+10x+10x+25)+(9x^2-12x-12x+16)\\
&= (4x^2+20x+25)+(9x^2-24x+16)\\
(2x+5)^2+(3x-4)^2 &= 13x^2-4x+41
\end{aligned}$$

2ème méthode de résolution

$$\begin{aligned}
(2x+5)^2+(3x-4)^2 &= [4x^2+2(2)(5)+25]+[9x^2-2(3)(4)+16]\\
&= (4x^2+20x+25)+(9x^2-24x+16)\\
(2x+5)^2+(3x-4)^2 &= 13x^2-4x+41
\end{aligned}$$

b)

1ère méthode de résolution

$$\begin{aligned}
(3x-2)^2-(5x+1)(x-3) &= (3x-2)(3x-2)-(5x+1)(x-3)\\
&= (9x^2-6x-6x+4)-(5x^2-15x+x-3)\\
&= (9x^2-12x+4)-(5x^2-14x-3)\\
(3x-2)^2-(5x+1)(x-3) &= 4x^2+2x+7
\end{aligned}$$

2ème méthode de résolution

$$\begin{aligned}
(3x-2)^2-(5x+1)(x-3) &= (9x^2-2(3)(2)+4)-(5x^2-15x+x-3)\\
&= (9x^2-12x+4)-(5x^2-14x-3)\\
(3x-2)^2-(5x+1)(x-3) &= 4x^2+2x+7
\end{aligned}$$

Exercice 2 :

Factorisons :

a)

$$\begin{aligned}(3x+5)^2-4 &= (3x+5)^2-2^2\\ &= (3x+5+2)(3x+5-2)\\ (3x+5)^2-4 &= (3x+7)(3x+3)\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}(x+2)^2-4x(x+2) &= (x+2)[(x+2)-4x]\\ (x+2)^2-4x(x+2) &= (x+2)(-3x+2)\end{aligned}$$

Exercice 3 :

Résolvons les équations suivantes :

a)

$$\begin{aligned}\frac{3x+4}{5}=\frac{2x-1}{4} &\Rightarrow 4(3x+4)=5(2x-1)\\ &\Rightarrow (12x+16)=(10x-5)\\ &\Rightarrow 12x+16-10x+5=0\\ &\Rightarrow 2x+21=0\\ &\Rightarrow 2x=-21\\ &\Rightarrow x=-\frac{21}{2}\end{aligned}$$

Soit S l'ensemble solution de cette équation

$S_{\mathbb{R}}=\{-\frac{21}{2}\}$

b)

$$\begin{aligned}(2x+3)(5x-1)=0 &\Rightarrow (2x+3)=0\,ou\,(5x-1)=0\\ \bullet(2x+3)=0 &\Rightarrow x=-\frac{3}{2}\\ \bullet(5x-1)=0 &\Rightarrow x=\frac{1}{5}\\ (2x+3)(5x-1)=0 &\Rightarrow x=-\frac{3}{2}\,ou\,x=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

Soit S' l'ensemble solution de cette équation

$S'_{\mathbb{R}}=\{-\frac{3}{2};\frac{1}{5}\}$

c)

$$\begin{aligned}-3x^2+5x=0 &\Rightarrow x(-3x+5)=0\\ &\Rightarrow x=0\;ou\,(-3x+5)=0\\ \bullet(-3x+5)=0 &\Rightarrow x=\frac{5}{3}\\ -3x^2+5x=0 &\Rightarrow x=0\;ou\,x=\frac{5}{3}\end{aligned}$$

Soit C l'ensemble solution de cette équation

$C_{\mathbb{R}}=\{0;\frac{5}{3}\}$

d)

$$\begin{aligned}\frac{x^2-9}{x-3}=0 &\Rightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=0\\ &\Rightarrow (x+3)=0\\ \frac{x^2-9}{x-3}=0 &\Rightarrow x=-3\end{aligned}$$

Soit C' l'ensemble solution de cette équation
$$C'_{\mathbb{R}} = \{-3\}$$

Exercice 4 :

On a : $A = (x-5)^2 - 9$

1)Factorisons A

$$\begin{aligned} A &= (x-5)^2 - 9 \\ &= (x-5)^2 - 3^2 \\ &= (x-5-3)(x-5+3) \\ A &= (x-8)(x-2) \end{aligned}$$

2)Développons A

<u>1ère méthode de résolution</u>

$$\begin{aligned} A &= (x-5)^2 - 9 \\ &= (x-5)(x-5) - 9 \\ &= (x^2 - 5x - 5x + 25) - 9 \\ &= (x^2 - 10x + 25) - 9 \\ A &= x^2 - 10x + 16 \end{aligned}$$

<u>2ème méthode de résolution</u>

De la factorisation faite précédemment en 1) on a : $A = (x-8)(x-2)$
Développons A en utilisant cette expression

$$\begin{aligned} A &= (x-8)(x-2) \\ &= x^2 - 2x - 8x + 16 \\ A &= x^2 - 10x + 16 \end{aligned}$$

3)Résolvons les équations suivantes :

$*A = 0$

Pour aboutir à la résolution de cette équation nous allons procéder de la manière suivante :
Étant donné que nous connaissons la forme factoriser de "A" nous l'utiliserons ici pour aboutir à notre résolution

$$\begin{aligned} A = 0 &\Rightarrow (x-5)^2 - 9 = 0 \\ &\Rightarrow (x-8)(x-2) = 0 \\ &\Rightarrow (x-8) = 0 \; ou \, (x-2) = 0 \\ \bullet(x-8) = 0 &\Rightarrow x = 8 \\ \bullet(x-2) = 0 &\Rightarrow x = 2 \\ A = 0 &\Rightarrow x = 8 \; ou \, x = 2 \end{aligned}$$

Cont.

Soit B l'ensemble solution de cette équation
$B_{\mathbb{R}} = \{2;8\}$

$*A = 16$

$$\begin{array}{rcl} A = 16 & \Rightarrow & (x-5)^2 - 9 = 16 \\ & \Rightarrow & x^2 - 10x + 16 = 16 \\ & \Rightarrow & x^2 - 10x = 0 \\ & \Rightarrow & x(x-10) = 0 \\ & \Rightarrow & x = 0 \; ou \, (x-10) = 0 \\ \bullet(x-10) = 0 & \Rightarrow & x = 10 \\ A = 0 & \Rightarrow & x = 0 \; ou \, x = 10 \end{array}$$

Soit B' l'ensemble solution de cette équation
$B'_{\mathbb{R}} = \{0;10\}$

Exercice 5 :

1)Déterminons l'intervalle auquel doit appartenir x

"x" représente le segment [AM].Sachant que ABCD est un carrée de côté 10cm alors chacun des segments [AB], [BC], [CD] et [DA] sont tous de dimension 10cm.M étant mobile sur le segment [AB] alors elle ne peut que mouvoir entre les points A et M.Sur ce on peut donc dire que $x \in$[0,10]

2)Exprimons l'aire de la zone colorée en fonction de x

Soit F cette aire
Les zones colorées sur la figure sont les carrées AMNP et GNHC.

$$\begin{array}{rcl} F & = & F_{AMNP} + F_{GNHC} \; or \\ \bullet F_{AMNP} & = & x^2 \\ \bullet F_{GNHC} & = & (10-x)^2 \\ F & = & x^2 + (10-x)^2 \\ & = & x^2 + [100 - 20x + x^2] \\ F & = & 2x^2 - 20x + 100 \end{array}$$

3)Donnons justification à l'appui la valeur de x pour laquelle l'aire de la zone colorée est égale à $50cm^2$

F étant l'aire de la zone colorée alors

$$\begin{array}{rcl} F = 50 & \Rightarrow & 2x^2 - 20x + 100 = 50 \\ & \Rightarrow & 2x^2 - 20x + 50 = 0 \end{array}$$

En appliquant la formule de la forme canonique on a :

$$\begin{array}{rcl} 2x^2 - 20x + 50 & = & 2\left[\left(x - \frac{20}{4}\right)^2 - \frac{(-20)^2 - 4(2)(50)}{4(2)^2}\right] \\ & = & 2\left[(x-5)^2 - \frac{400-400}{16}\right] \\ & = & 2(x-5)^2 \end{array}$$

Cont.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 20x + 50 = 0 &\Rightarrow 2(x-5)^2 = 0 \; or \; 2 \neq 0 \\ &\Rightarrow (x-5)^2 = 0 \\ &\Rightarrow x - 5 = 0 \\ &\Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

On conclut donc que pour que $F = 50cm^2$ il faut que $x = 5$

The End.