

COURS POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Définition:

La courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ est une **parabole**.

- Si $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut, on a donc les variations suivantes :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
f_1	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a^2}$	$+\infty$

- Si $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas, on a donc les variations suivantes:

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
f_1	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a^2}$	$-\infty$

Propriété:

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme avec $a \neq 0$

- L'expression $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ où α et β sont des réels, est une forme canonique du fonction f avec:

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} \quad \text{ou} \quad \beta = f(\alpha)$$

- Si l'expression de f est donnée par $a(x - x_1)(x - x_2)$ alors:

$$\alpha = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha)$$

- Le sommet S de la parabole de f a pour coordonnées:

$$S(\alpha, \beta)$$

- Le tableau de variation de f est donné par :

Si $a > 0$ on a le tableau :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$+\infty$	β	$+\infty$

(Diagramme illustrant la forme canonique pour $a > 0$: deux flèches partent de β vers $+\infty$ à $-\infty$ et $+\infty$.)

Si $a < 0$ on a le tableau :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$-\infty$	β	$-\infty$

(Diagramme illustrant la forme canonique pour $a < 0$: deux flèches partent de β vers $-\infty$ à $-\infty$ et $+\infty$.)

Méthode et exemple:

Pour donner le tableau de variation de la fonction

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ il faut

- identifier les valeurs des réels a , b et c pour un polynôme de la

forme $ax^2 + bx + c$

Donc ici, $a = 2$, $b = -3$ et $c = 1$

- donner l'orientation de la parabole de f suivant le signe de a
Ici $a > 0$ donc la parabole est tournée vers le haut

- calculer la valeur de α
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

- calculer ensuite la valeur de β

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{4} + 1 = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 1 = -\frac{1}{8}$$

- Donner enfin le tableau de variation:

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
f	$+\infty$	$-\frac{1}{8}$	$+\infty$