COURS POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Définition:

Le **discriminant** d'un trinôme $ax^2 + bx + c$ est le nombre: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriété:

L'expression : $a\left[\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ est appelée **forme canonique** du trinôme $ax^2 + bx + c$.

Méthode:

Pour mettre un trinôme ax^2+bx+c où $a \neq 0$ sous forme canonique:

- on commence par factoriser l'expression du trinôme par a.
  $ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$
- on transforme ensuite l'expression $x^2 + \frac{b}{a}x$ dans le facteur pour obtenir :
  $x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}$
- remplacer l'expression $x^2 + \frac{b}{a}x$ par $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}$ pour obtenir: $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$

- Finir le calcul par:

$$
\begin{aligned}
a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) &= \left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{4ac}{4a^2}\right] \\
&= \left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] \\
&= \left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]
\end{aligned}
$$

Exemple:
Cherchons la forme canonique du trinôme: $-2x^2+2x+3$

$$
\begin{aligned}
-2x^2+2x+3 &= -2\left(x^2-x-\frac{3}{2}\right) \\
&= -2\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}\right] \\
&= -2\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{6}{4}\right] \\
&= -2\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{7}{4}\right]
\end{aligned}
$$