

SUITES NUMÉRIQUES(II)

Propriété:

- La somme des n premiers terme d'une suite arithmétique (u_n) de raison r est donnée par :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}).$$

- Pour tout entier naturel n non nul,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exemple et méthode:

Calculons la somme: $1+2+3+\dots+50$

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + 50 &= \frac{50(50 + 1)}{2} \\ &= 25 \times 51 \\ &= 1275 \end{aligned}$$

Propriété:

- La somme des n premiers termes d'une suite géométrique (v_n) de raison q non nul est donnée par :

$$v_0 + v_1 + v_3 + \dots + v_{n-1} = v_0 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

- Pour tout entier naturel n non nul et pour tout réel $q \neq 1$,

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Exemple et méthode:

Calculons la somme : $1 + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^5$

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^5 &= \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{5+1}}{1 - \frac{3}{2}} \\
 &= \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^6}{1 - \frac{3}{2}} \\
 &= \frac{1 - \frac{729}{64}}{1 - \frac{3}{2}} \\
 &= \frac{64 - 729}{64} \times (-2) \\
 &= \frac{665}{32}
 \end{aligned}$$