SUITES NUMÉRIQUES(II)

Définition:

Une suite (v_n) est dite **géométrique** lorsqu'il existe un nombre réel non nul q tel que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = q \times v_n$.
Le nombre réel q est appelé **la raison** de la suite (v_n).

Propriété:

Si une suite (v_n) est géométrique de raison q, alors, pour tout entier naturels n et p tels que $p \leq n$, $v_n = v_p + q^{n-p}$.

En particulier, pour tout entier naturel n, $v_n = v_0 \times q^n$.

Méthode et exemple:

Pour vérifier qu'une suite (v_n) est géométrique il suffit de vérifier si elle est écrite sous l'une des formes: $v_{n+1} = q \times v_n$ ou $v_n = v_0 \times q^n$ ou bien vérifier si pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est **non nul** et qu'on a le quotient $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$ constant et indépendant de n.

La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 2 \times 3^n$ est écrite sous la forme $v_n = v_0 \times q^n$ donc (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $v_0 = 2$.

La suite (w_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $w_0 = 5$ et $w_{n+1} = \dfrac{2}{3} w_n$ est écrite sous la forme $w_{n+1} = q \times w_n$ donc elle est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{2}{3}$ et de premier terme $w_0 = 5$.

Propriété:

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q dont tout les termes sont strictement positifs.

- si $q > 1$ alors la suite (v_n) est croissante.
- si $q < 1$ alors la suite (v_n) est décroissant.
- si $q = 1$ alors la suite (v_n) est constante.
- si $q < 0$ alors la suite (v_n) n'est pas monotone.

Méthode et exemple:

Pour étudier le sens de variation d'une suite géométrique (v_n) il faut déterminer la raison de la suite (v_n) et comparer cette raison à 1 puis conclure en utilisant la propriété.

La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 2 \times 3^n$ a pour raison $q = 3$ et $3 > 1$ donc la suite (v_n) est strictement croissante.

La suite (w_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $w_0 = 5$ et $w_{n+1} = \dfrac{2}{3}w_n$ a pour raison $q = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{2}{3} < 1$ donc la suite (w_n) est strictement décroissante.