SUITES NUMÉRIQUES(II)

Définition:

Une suite (u_n) est dite **arithmétique** lorsqu'il existe un nombre réel r tel que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + r$. Le nombre réel r est appelé **la raison** de la suite (u_n).

Propriété:

Si une suite (u_n) est arithmétique de raison r, alors, pour tout entier naturels n et p tels que $p \leq n$, , $u_n = u_p + (n-p)r$.

En particulier, pour tout entier naturel n, $u_n = nr + u_0$.

Méthode et exemple:

Pour vérifier qu'une suite (u_n) est arithmétique il suffit de vérifier si elle est écrite sous l'une des formes: $u_{n+1} = u_n + r$ ou $u_n = nr + u_0$ ou bien vérifier si la différence $u_{n+1} - u_n$ est constante et indépendante de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 5n + 3$ est écrite sous la forme $u_n = nr + u_0$ donc (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 5$ et de premier terme $u_0 = 3$.

La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = -3 + v_n$ est écrite sous la forme $v_{n+1} = v_n + r$ donc elle est une suite arithmétique de raison $r = -3$ et de premier terme $v_0 = 5$.

Propriété:

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

- si $r > 0$ alors la suite (u_n) est croissante.
- si $r < 0$ alors la suite (u_n) est décroissant.
- si $r = 0$ alors la suite (u_n) est constante.

Méthode et exemple:

Pour étudier le sens de variation d'une suite arithmétique (u_n) il faut déterminer la raison de la suite (u_n) et comparer cette raison à 0 puis conclure en utilisant la propriété.

La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 5n + 3$ a pour raison $r = 5$ et $5 > 0$ donc la suite (u_n) est strictement croissante.

La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = -3 + v_n$ a pour raison $r = -3$ et $-3 < 0$ donc la suite (v_n) est strictement décroissante.

