SUITES NUMÉRIQUES(I)

EXERCICES

FORMES EXPLICITES ET RÉCURRENTES

Exercice 1 :

1. Indiquer, pour chacune des suites ci-dessous si elle est définie par une formule explicite ou par une relation de récurrence.

a. $u_n = 7n^2 + 1$ pour tout entier naturel n.

b. $v_n = 3n - 2$ pour tout entier naturel n.

c. $\begin{cases} w_0 = -3 \\ w_{n+1} = 2w_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$

d. $x_n = 6$ pour tout entier naturel n.

e. $\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_n = \dfrac{3}{2}t_{n-1} - 2 \text{ pour tout entier naturel } n > 1. \end{cases}$

f. $\begin{cases} k_0 = 7 \\ k_{n+1} = 2(n+1) - k_n \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$

2. Déterminer pour chacune des suites précédentes les trois premiers termes puis le cinquième terme.

Exercice 2 :

1. Calculer les cinq premiers termes des suites ci-dessous.

a. Pour tout nombre entier naturel $n \geq 2$, $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$.

b. Pour tout entier naturel n, $v_n = 0,5^n - 1$.

c. Pour tout entier naturel n, $w_n = 2n^2 - n$.

d. Pour tout entier naturel n, $t_n = 3 + 2 \times (-1)^n$.

2. Exprimer le terme d'indice $n+1$ en fonction de n pour chacune des suites précédentes.

Exercice 3 :

On dispose de l'algorithme suivant.

$$M \leftarrow 2N + 7$$
$$M \leftarrow M - 2^N$$

1. Donner la valeur de la variable M à la fin de l'algorithme pour:

a. $N = 0$

b. $N = 1$

c. $N = 2$

d. $N = 3$

2. L'algorithme calcule un terme d'une suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}$. Donner une formule explicite de (u_n).

3. Calculer la valeur du 7^e terme.

Exercice 4 :

Déterminer les cinq premiers termes des suites ci-dessous.

1. $u_0 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2 - 6$

2. $v_1 = 2$ et, $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_{n+1} = 5v_n^2 - 3^n$

3. $w_0 = -1$ et, $\forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = (2 + w_n)(1 - w_n) + 3$.

Rappel: On note u_n^2 pour $(u_n)^2$

Exercice 5 :

Pour chaque premier terme a_0, déterminer les quatre premiers termes de la suite (a_n) définie par la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = \frac{2 - a_n}{2 + a_n}$$

1. $a_0 = 1$

2. $a_0 = 2$

3. $a_0 = -3$

4. $a_0 = 0,5$