SUITES NUMÉRIQUES(I)

CORRECTION DES EXERCICES

VARIATIONS D'UNE SUITE AVEC ÉTUDE DE FONCTION

Déterminons les variations de la suite (u_n) à l'aide d'une fonction.

Exercice 1 :
$u_n = 4n - 2,5$ avec $n \in \mathbb{N}$.
La fonction $x \mapsto 4x - 2.5$ est continue et dérivable sur $[0, +\infty[$ de fonction dérivée $f'(x) = 4$.
Pour tout $x \in [0, +\infty[$, $f'(x) > 0$, donc la fonction f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.
On en déduit que la suite (u_n) définie par $u_n = f(n)$ est donc strictement croissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 2 :
$u_n = 5 - 3,7n$ avec $n \in \mathbb{N}$.
La fonction $x \mapsto 5 - 3,5x$ est continue et dérivable sur $[0, +\infty[$ de fonction dérivée $f'(x) = -3,7$.
Pour tout $x \in [0, +\infty[$, $f'(x) < 0$, donc la fonction f est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.
On en déduit que la suite (u_n) définie par $u_n = f(n)$ est donc strictement décroissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 3 :
$u_n = 2n^2 - 4n + 5$ avec $n \in \mathbb{N}$.
La fonction $x \mapsto 2x^2 - 4x + 5$ est continue et dérivable sur $[0, +\infty[$ de fonction dérivée $f'(x) = 4x - 4$.
Étudions le signe de $f'(x)$

Posons $f'(x) = 0$
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$
On a le tableau de signe ci-dessous:

x	0		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	

Ainsi, pour tout $x \in]1, +\infty[$, $f'(x) > 0$, donc la fonction f est strictement croissante sur $]1, +\infty[$.
On en déduit que la suite (u_n) définie par $u_n = f(n)$ est donc strictement croissante sur $\mathbb{N}$ pour tout $n > 1$.