

POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

CORRECTION DES EXERCICES

INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ:

Exercice 1 :

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations suivantes sans utiliser le discriminant.

1. $(2x + 1)(x - 3) > 0$

Posons $(2x + 1)(x - 3) = 0$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 3$$

Faisons un tableau de signe:

| x | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | 3 | $+\infty$ | | |
|-------------------|-----------|----------------|-----|-----------|---|---|
| $2x + 1$ | | - | 0 | + | + | |
| $x - 3$ | | - | - | 0 | + | |
| $(2x + 1)(x - 3)$ | | + | 0 | - | 0 | + |

Ainsi, pour tout $x \in \left] -\infty, -\frac{1}{2} \right[\cup]3, +\infty[$ on a $(2x + 1)(x - 3) > 0$.

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation est l'intervalle:

$$\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right[\cup]3, +\infty[$$

2. $4x \geq 2 + x^2$

$$4x \geq 2 + x^2 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 \leq 0$$

Posons $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 2 = 0 &\Leftrightarrow (x - 2)^2 - 4 + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 2)^2 - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 2 \\ &\Leftrightarrow x - 2 = \sqrt{2} \text{ ou } x - 2 = -\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{2} \text{ ou } x = 2 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

Faisons un tableau de signe.

| | | | | | |
|----------------|-----------|----------------|----------------|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $2 - \sqrt{2}$ | $2 + \sqrt{2}$ | $+\infty$ | |
| $x^2 - 4x + 2$ | + | 0 | - | 0 | + |

Ainsi, $x^2 - 4x + 2 \leq 0$ pour tout $x \in [2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation est l'intervalle:
 $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$

3. $16 - (x - 4)^2 \leq 0$

Posons $16 - (x - 4)^2 = 0$

$$\begin{aligned} 16 - (x - 4)^2 = 0 &\Leftrightarrow 4^2 - (x - 4)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (4 - x + 4)(4 + x - 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow x(8 - x) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 8 \end{aligned}$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | | |
|------------------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | 0 | 8 | $+\infty$ | |
| $16 - (x - 4)^2$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |

Ainsi, $16 - (x - 4)^2 \leq 0$ pour tout $x \in]-\infty, 0] \cup [8, +\infty[$

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation est l'intervalle:
 $]-\infty, 0] \cup [8, +\infty[$

4. $-\sqrt{5}(2x - 1)^2 \leq 0$

On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(2x - 1)^2 \geq 0$

Ce qui équivaut à $-\sqrt{5}(2x - 1)^2 \leq 0$ car $-\sqrt{5} < 0$

Par conséquent \mathbb{R} est l'ensemble solution de l'inéquation.

5. $-2x^2 < 5x$

$$-2x^2 < 5x \Leftrightarrow -2x^2 - 5x < 0$$

Posons $-2x^2 - 5x = 0$

$$-2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow -x(x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -5$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | | |
|--------------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -5 | 0 | $+\infty$ | |
| $-2x^2 - 5x$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |

Ainsi, $-2x^2 - 5x < 0$ pour tout $x \in]-\infty, -5[\cup]0, +\infty[$

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation est l'intervalle:
 $]-\infty, -5[\cup]0, +\infty[$

6. $2x^2 - \sqrt{2}x > 0$

Posons $2x^2 - \sqrt{2}x = 0$

$$\begin{aligned} 2x^2 - \sqrt{2}x = 0 &\Leftrightarrow x(2x - \sqrt{2}) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2x - \sqrt{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | |
|--------------------|-----------|-----|----------------------|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $+\infty$ |
| $2x^2 - \sqrt{2}x$ | + | 0 | - | + |

Exercice 2 :

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 6\sqrt{2} \quad \text{et} \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2.$$

1. Déterminons les racines des fonctions f et g dans \mathbb{R} .

- $f(x) = 2x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 6\sqrt{2}$

Soit Δ_1 le discriminant de l'équation $2x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 6\sqrt{2} = 0$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= b^2 - 4ac \\ &= [-(3 + \sqrt{2})]^2 - 4(2)(6\sqrt{2}) \\ &= 9 + 6\sqrt{2} + 2 - 48\sqrt{2} \\ &= 11 - 42\sqrt{2} \end{aligned}$$

On sait que $11 < 42\sqrt{2}$ donc $11 - 42\sqrt{2} < 0$ ainsi $\Delta_1 < 0$

$\Delta_1 < 0$ donc l'équation n'admet pas de solutions réelles.

Par conséquent, la fonction f n'admet pas de racines réelles.

- $g(x) = -x^2 + 3x - 2$

Soit Δ_2 le discriminant de l'équation $-x^2 + 3x - 2 = 0$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= b^2 - 4ac \\ &= 3^2 - 4(-1)(-2) \\ &= 9 - 8 \\ &= 1\end{aligned}$$

$\Delta_2 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta_2}}{2a} = \frac{-3 - 1}{-2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta_2}}{2a} = \frac{-3 + 1}{-2} = 1$$

Par conséquent, la fonction g admet deux racines distinctes: 1 et 2

2. Donnons le tableau de signes des fonctions f et g .

- Tableau de signe de f

| | | |
|--------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | + | |

- Tableau de signe de g

| | | | | | |
|--------|-----------|---|---|-----------|---|
| x | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ | |
| $g(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |

3. Dédudons l'ensemble solutions des inéquations $f(x) < 0$ et $g(x) \leq 0$ dans \mathbb{R} .

- Solution de l'inéquations $f(x) < 0$

A partir du tableau de signe de f précédent on a:

$f(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ainsi l'inéquation $f(x) < 0$ n'admet aucune solution réelle.

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) < 0$ est vide.

- Solution de l'inéquations $g(x) \leq 0$

A partir du tableau de signe de g précédent on a:

$$g(x) \leq 0 \text{ pour tout } x \in]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$$

D'où l'ensemble solutions de l'inéquation $g(x) \leq 0$ est l'intervalle $]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$

Exercice 3 :

On considère les fonctions u et v définies sur \mathbb{R} par :

$$u(x) = 3x^2 + 7x + 5 \quad \text{et} \quad v(x) = -x^2 - 2x + 7$$

1. Déterminons si elles existent, les racines des fonctions u et v dans \mathbb{R} .

- $u(x) = 3x^2 + 7x + 5$

Soit Δ_1 le discriminant de l'équation $3x^2 + 7x + 5 = 0$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= b^2 - 4ac \\ &= 7^2 - 4(3)(5) \\ &= 49 - 60 \\ &= -11 \end{aligned}$$

$\Delta_1 < 0$ donc l'équation n'admet pas de solutions réelles.

Par conséquent, la fonction u n'admet pas de racines réelles.

- $v(x) = -x^2 - 2x + 7$

Soit Δ_2 le discriminant de l'équation $-x^2 - 2x + 7 = 0$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= b^2 - 4ac \\ &= (-2)^2 - 4(-1)(7) \\ &= 4 + 28 \\ &= 32 \\ &= (4\sqrt{2})^2 \end{aligned}$$

$\Delta_2 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta_2}}{2a} = \frac{2 - 4\sqrt{2}}{-2} = -1 + 2\sqrt{2} \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta_2}}{2a} = \frac{2 + 4\sqrt{2}}{-2} = -1 - 2\sqrt{2}$$

Par conséquent, la fonction v admet deux racines distinctes: $-1 - 2\sqrt{2}$ et $-1 + 2\sqrt{2}$

2. Donnons le tableau de signes des fonctions u et v .

- Tableau de signe de u

| | | |
|--------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $u(x)$ | + | |

- Tableau de signe de v

| | | | | | |
|--------|-----------|------------------|------------------|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $-1 - 2\sqrt{2}$ | $-1 + 2\sqrt{2}$ | $+\infty$ | |
| $v(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |

3. Dédudons l'ensemble solutions des inéquations $u(x) \geq 0$ et $v(x) < 0$ dans \mathbb{R} .

- Solution de l'inéquations $u(x) \geq 0$

A partir du tableau de signe de u précédent on a:

$u(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Par conséquent, l'ensemble solution de l'inéquation $u(x) \geq 0$ est l'ensemble \mathbb{R} .

- Solution de l'inéquations $v(x) < 0$

A partir du tableau de signe de v précédent on a:

$$v(x) < 0 \text{ pour tout } x \in]-\infty, -1 - 2\sqrt{2}] \cup [-1 + 2\sqrt{2}, +\infty[$$

D'où l'ensemble solutions de l'inéquation $v(x) < 0$ est l'intervalle:
 $]-\infty, -1 - 2\sqrt{2}[\cup]-1 + 2\sqrt{2}, +\infty[$

Exercice 4:

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous.

1. $2x^2 + x < 3x^2 - 42$

$$2x^2 + x < 3x^2 - 42 \Leftrightarrow 3x^2 - 42 - 2x^2 - x > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 42 > 0$$

Posons $x^2 - x - 42 = 0$

Soit Δ le discriminant de cette équation :

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-42) = 1 + 168 = 169 = 13^2$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{1 - 13}{2} = -6 \text{ et } x_2 = \frac{1 + 13}{2} = 7$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | | |
|----------------|-----------|------|-----|-----------|---|
| x | $-\infty$ | -6 | 7 | $+\infty$ | |
| $x^2 - x - 42$ | + | 0 | - | 0 | + |

Ainsi, $x^2 - x - 42 > 0$ pour tout $x \in]-\infty, -6[\cup]7, +\infty[$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $2x^2 + x < 3x^2 - 42$ est:

$$]-\infty, -6[\cup]7, +\infty[$$

2. $3x \geq 2x^2 - 3x + 4$

$$3x \geq 2x^2 - 3x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0$$

Posons $x^2 - 3x + 2 = 0$

Soit Δ le discriminant de cette équation :

$$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{3-1}{2} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{3+1}{2} = 2$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | | |
|----------------|-----------|---|---|-----------|---|
| x | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ | |
| $x^2 - 3x + 2$ | + | 0 | - | 0 | + |

Ainsi $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ pour tout $x \in [1, 2]$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $3x \geq 2x^2 - 3x + 4$ est $[1, 2]$

Exercice 5 :

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous en précisant les valeurs interdites le cas échéant.

1. $(x - 3)(x^2 - 5x + 6) > 0$

Posons $(x - 3)(x^2 - 5x + 6) = 0$

$$(x - 3)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ ou } x^2 - 5x + 6 = 0$$

Résolvons les équations : $x - 3 = 0$ et $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Soit Δ le discriminant de l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{5+1}{2} = 3$$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | |
|-------------------------|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 2 | 3 | $+\infty$ |
| $x - 3$ | $-$ | 0 | $-$ | $+$ |
| $x^2 - 5x + 6$ | $+$ | 0 | $-$ | $+$ |
| $(x - 3)(x^2 - 5x + 6)$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$ |

Ainsi $(x - 3)(x^2 - 5x + 6) > 0$ pour tout $x \in]2, 3[\cup]3, +\infty[$
 D'où l'ensemble solution de l'inéquation $(x - 3)(x^2 - 5x + 6) > 0$ est:
 $]2, 3[\cup]3, +\infty[$

2. $(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6) \leq 0$

Posons $(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6) = 0$

$(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$ ou $x^2 - 7x + 6 = 0$

Réolvons les équations: $x^2 - 1 = 0$ et $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$

Soit Δ le discriminant de l'équation $x^2 - 7x + 6 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4(1)(6) = 49 - 24 = 25 = 5^2$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1 = \frac{7 - 5}{2} = 1$ et $x_2 = \frac{7 + 5}{2} = 6$

Faisons un tableau de signe:

| | | | | | |
|---------------------------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | 6 | $+\infty$ |
| $x^2 - 1$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $x^2 - 7x + 6$ | $+$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 |
| $(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

Ainsi pour tout $x \in [-1, 6]$, $(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6) \leq 0$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $(x^2 - 1)(x^2 - 7x + 6) \leq 0$ est $[-1, 6]$.

Exercice 6 :

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous en précisant les valeurs interdites le cas échéant.

1. $\frac{2}{x-1} \leq 2x - 5$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-1} \leq 2x - 5 &\Leftrightarrow \frac{2}{x-1} - (2x - 5) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2 - (2x - 5)(x - 1)}{x - 1} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2 - (2x^2 - 2x - 5x + 5)}{x - 1} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 1} \leq 0 \end{aligned}$$

Étudions le signe des fonction $x - 1$ et $-2x^2 + 7x - 3$

Posons $x - 1 = 0$

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Posons $-2x^2 + 7x - 3 = 0$

Soit Δ le discriminant de cette équation.

$$\Delta = 7^2 - 4(-2)(-3) = 49 - 24 = 25 = 5^2$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-7 - 5}{-4} = 3 \text{ et } x_2 = \frac{-7 + 5}{-4} = \frac{1}{2}$$

Faisons un tableau de signe :

| | | | | | | |
|--------------------------------|-----------|---------------|-----|-----|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 3 | $+\infty$ | |
| $x - 1$ | - | - | 0 | + | + | |
| $-2x^2 + 7x - 3$ | - | 0 | + | + | 0 | - |
| $\frac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 1}$ | + | 0 | - | + | 0 | - |

Ainsi, $\frac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 1} \leq 0$ pour tout $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup [3, +\infty[$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 1} \leq 2x - 5$ est :

$$\left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup [3, +\infty[$$

La valeur interdite de cette inéquation est le réel : 1

2. $\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 2x + 1} > 1$

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 2x + 1} > 1 &\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 2x + 1} - 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 3x - 5 - (x^2 - 2x + 1)}{x^2 - 2x + 1} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 3x - 5 - x^2 + 2x - 1}{x^2 - 2x + 1} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x + 1} > 0 \end{aligned}$$

Étudions le signe des fonctions $x^2 - x - 6$ et $x^2 - 2x + 1$

- Posons $x^2 - x - 6 = 0$

Soit Δ_1 le discriminant de cette équation

$$\Delta_1 = (-1)^2 - 4(1)(-6) = 1 + 24 = 25 = 5^2$$

$\Delta_1 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{1 - 5}{2} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

- Posons $x^2 - 2x + 1 = 0$

Soit Δ_2 le discriminant de cette équation

$$\Delta_2 = (-2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$$

$\Delta_1 = 0$ donc l'équation admet une unique solution réelle:

$$x_0 = \frac{2}{2} = 1$$

Faisons un tableau de signe:

| x | $-\infty$ | -2 | 1 | 3 | $+\infty$ | | |
|------------------------------------|-----------|------|-----|-----|-----------|---|---|
| $x^2 - x - 6$ | + | 0 | - | - | 0 | + | |
| $x^2 - 2x + 1$ | + | | + | 0 | + | + | |
| $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x + 1}$ | + | 0 | - | | - | 0 | + |

Ainsi, $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x + 1} > 0$ pour tout $x \in]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 2x + 1} > 1$ est :

$$]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$$

La valeur interdite de cette inéquation est le réel : 1

Exercice 7 :

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous en précisant les valeurs interdites le cas échéant.

1. $\frac{3}{2x - 1} - \frac{x}{2(x - 1)} \leq 0$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2x-1} - \frac{x}{2(x-1)} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{6(x-1) - x(2x-1)}{2(2x-1)(x-1)} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{6x-6-2x^2+x}{2(2x-1)(x-1)} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x-6}{2(2x-1)(x-1)} \leq 0 \end{aligned}$$

Étudions le signe des fonctions $-2x^2 + 7x - 6$ et $2(2x - 1)(x - 1)$

- Posons $-2x^2 + 7x - 6 = 0$

Soit Δ le discriminant de cette équation

$$\Delta = (7)^2 - 4(-2)(-6) = 49 - 48 = 1$$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-7-1}{-4} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-7+1}{-4} = \frac{3}{2}$$

- Posons $2(2x - 1)(x - 1) = 0$

$$2(2x - 1)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 1$$

Faisons un tableau de signe:

| x | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $+\infty$ | | | |
|---|-----------|---------------|-----|---------------|-----|-----------|---|---|---|
| $-2x^2 + 7x - 6$ | - | - | - | 0 | + | 0 | - | | |
| $2(2x - 1)(x - 1)$ | + | 0 | - | 0 | + | + | + | | |
| $\frac{-2x^2 + 7x - 6}{2(2x - 1)(x - 1)}$ | - | | + | | - | 0 | + | 0 | - |

Ainsi, $\frac{-2x^2 + 7x - 6}{2(2x - 1)(x - 1)} \leq 0$ pour tout $x \in \left] -\infty, \frac{1}{2} \right[\cup \left] 1, \frac{3}{2} \right[\cup [2, +\infty[$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{3}{2x-1} - \frac{x}{2(x-1)} \leq 0$ est :

$$\left] -\infty, \frac{1}{2} \left[\cup \left[1, \frac{3}{2} \right] \cup [2, +\infty[$$

Les valeurs interdites de cette inéquations sont : $\frac{1}{2}$ et 1

2. $\frac{2x-10}{-x^2+x+2} > 1$

$$\begin{aligned} \frac{2x-10}{-x^2+x+2} > 1 &\Leftrightarrow \frac{2x-10}{-x^2+x+2} - 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x-10 - (-x^2+x+2)}{-x^2+x+2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x-10+x^2-x-2}{-x^2+x+2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2+x-12}{-x^2+x+2} > 0 \end{aligned}$$

Étudions le signe des fonctions x^2+x-12 et $-x^2+x+2$

- Posons $x^2+x-12=0$

Soit Δ_1 le discriminant de cette équation

$$\Delta_1 = 1^2 - 4(1)(-12) = 1 + 48 = 49 = 7^2$$

$\Delta_1 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4 \text{ et } x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$$

- Posons $-x^2+x+2=0$

Soit Δ_2 le discriminant de cette équation

$$\Delta_2 = 1^2 - 4(-1)(2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$$

$\Delta_2 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-1-3}{-2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$$

Faisons un tableau de signe:

| x | $-\infty$ | -4 | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ | | | |
|-------------------------------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|---|---|---|
| $x^2 + x - 12$ | + | 0 | - | - | - | 0 | + | | |
| $-x^2 + x + 2$ | - | - | 0 | + | 0 | - | - | | |
| $\frac{x^2 + x - 12}{-x^2 + x + 2}$ | - | 0 | + | | - | | + | 0 | - |

Ainsi, $\frac{x^2 + x - 12}{-x^2 + x + 2} > 0$ pour tout $x \in]-4, 1[\cup]2, 3[$

D'où l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{2x - 10}{-x^2 + x + 2} > 1$ est :
 $]-4, 1[\cup]2, 3[$

Les valeurs interdites de cette inéquation sont: 1 et 2