

SUITES NUMÉRIQUES (II)

CORRECTION DES EXERCICES

SOMME DE SUITES

Exercice 1 :

Choisissons la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Calculons la somme $1+2+3+\dots+20$:

On sait que $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Donc $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20(20+1)}{2} = 210$

Donc la bonne réponse est la réponse 1.

Exercice 2 :

Choisissons la (ou les) bonne(s) réponse(s).

$$\begin{aligned} 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 \\ &= (-2)^0 + (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 + (-2)^4 + (-2)^5 \\ &= \frac{1 - (-2)^{5+1}}{1 - (-2)} \\ &= \frac{1 - (-2)^6}{1 - (-2)} \end{aligned}$$

Ainsi, la bonne réponse est la réponse 3.

Exercice 3 :

Choisissons la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et $u_0 = 12$

Calculons la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$:

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + \dots + u_{10} &= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \\ &= 12 \times \frac{1 - 2^{10+1}}{1 - 2} \\ &= 12 \times \frac{1 - 2^{11}}{1 - 2} \end{aligned}$$

Ainsi, la bonne réponse est la réponse 2.

Exercice 4 :

Choisissons la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Soit la suite géométrique (u_n) de raison 1,5 et $u_2 = 6$

Calculons la somme $u_2 + u_3 + \dots + u_8$:

$$\begin{aligned} u_2 + u_3 + \dots + u_8 &= u_2 \frac{1 - q^{n-2+1}}{1 - q} \\ &= 6 \times \frac{1 - (1,5)^{8-2+1}}{1 - 1,5} \\ &= 6 \times \frac{1 - 1,5^7}{1 - 1,5} \end{aligned}$$

Ainsi, la bonne réponse est la réponse 3.

Exercice 5 :

1. Calculons la somme $1+2+3+\dots+29$.

Cette somme est la somme des 29 premiers termes d'une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme 1.

Ainsi, on a :

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + \dots + 29 &= \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{29(29+1)}{2} \\ &= 29 \times 15 \\ &= 435\end{aligned}$$

D'où, $1 + 2 + 3 + \dots + 29 = 435$

2. Calculons la somme $1 + 2 + 3 + \dots + 60$.

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + \dots + 60 &= \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{60(60+1)}{2} \\ &= 30 \times 61 \\ &= 1830\end{aligned}$$

Ainsi, $1 + 2 + 3 + \dots + 60 = 1830$.

3. Déduisons la valeur de $30 + 31 + 32 + \dots + 60$.

On a:

$$30 + 31 + 32 + \dots + 60 = (1 + 2 + 3 + \dots + 60) - (1 + 2 + 3 + \dots + 29)$$

Or de ce qui précède, on a :

$$1 + 2 + 3 + \dots + 60 = 1830 \text{ et } 1 + 2 + 3 + \dots + 29 = 435$$

$$\text{Donc } 30 + 31 + 32 + \dots + 60 = 1830 - 435 = 1395$$

$$\text{D'où } 30 + 31 + 32 + \dots + 60 = 1395$$

Exercice 6 :

Calculons la somme: $41 + 42 + 43 + \dots + 99$.

$$\begin{aligned}
 41 + 42 + 43 + \dots + 99 &= (40 + 1) + (40 + 2) + (40 + 3) + \dots + (40 + 59) \\
 &= 40 \times 59 + 1 + 2 + 3 + \dots + 59 \\
 &= 2360 + \frac{59(59 + 1)}{2} \\
 &= 2360 + 30 \times 59 \\
 &= 2360 + 1770 \\
 &= 4130
 \end{aligned}$$

Ainsi, $41 + 42 + 43 + \dots + 99 = 4130$

Exercice 7 :

Soit la suite arithmétique (u_n) de raison 5 et de premier terme $u_0 = 10$.

1. Calculons u_{15} .

(u_n) étant une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_0 = 10$ alors $u_n = 5n + 10$.

Ainsi, $u_{15} = 5 \times 15 + 10 = 85$

D'où $u_{15} = 85$

2. Calculons la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$.

$$\begin{aligned}
 u_0 + u_1 + \dots + u_{15} &= \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}) \\
 &= \frac{16}{2}(u_0 + u_{15}) \\
 &= 8(10 + 85) \\
 &= 8 \times 95 \\
 &= 760
 \end{aligned}$$

D'où, $u_0 + u_1 + \dots + u_{15} = 760$

Exercice 8 :

Soit la suite arithmétique v_n de raison 2 et de premier terme $v_0 = 5$.

- Calculons u_{15} .

v_n étant une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme

$$v_0 = 5 \text{ alors } v_n = 2n + 5$$

$$\text{Ainsi, } v_{15} = 2 \times 15 + 5 = 35$$

- Calculons $\sum_{k=0}^{k=15} u_k$

$$\sum_{k=0}^{k=15} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{15}$$

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{15} &= \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}) \\ &= \frac{16}{2}(u_0 + u_{15}) \\ &= 8 \times (5 + 35) \\ &= 320 \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \sum_{k=0}^{k=15} u_k = 320$$