POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

CORRECTION DES EXERCICES

Reconnaître une fonction à partir d'un graphique :

Exercice 1 :

1. En utilisant le graphique, déterminons les coordonnées du sommet de la parabole.
Soit S le sommet de la parabole: $S(2,3)$

2. Déduisons la forme canonique de la fonction f.
De ce qui précède, le sommet de la parabole a pour coordonnées: $(2,3)$
Ainsi $f(x) = a(x-2)^2 + 3$ avec $a \in \mathbb{R}$
Déterminons a
A partir du graphique on remarque que le point de coordonnées $(1,0)$ est un point de la parabole donc $f(1) = 0$
$f(1) = 0 \Longleftrightarrow a(1-2)^2 + 3 = 0 \Longleftrightarrow a = -3$
Par conséquent $f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

Exercice 2 :

Déterminons en utilisant le graphe, la forme canonique de $g(x)$.
Le sommet de la parabole de g a pour coordonnées $(2,1)$
Alors, $g(x) = a(x-2)^2 + 1$ avec $a \in \mathbb{R}$
Déterminons a
La parabole de g passe par le point de coordonnées $(0,5)$
Donc $g(0) = 5$ alors $a(0-2)^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow 4a = 4$ d'où $a = 1$
Par conséquent, $g(x) = (x-2)^2 + 1$

Exercice 3 :

1. Donnons à partir du graphe la valeur de $f(0)$ et les valeurs de x pour lesquels $f(x) = 0$.

- $f(0) = 3$
- $f(x) = 0$ pour $x = \dfrac{1}{2}$ et pour $x = 3$

2. Déduisons l'expression de la fonction f.
De ce qui précède, on a:

- $f(0) = 3$ donc $a \times 0^2 + b \times 0 + c = 3 \Leftrightarrow c = 3$
  Ainsi, on obtient $c = 3$
- $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow a\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{b}{2} + c = 0 \Leftrightarrow a + 2b + 4c = 0$
  $\Leftrightarrow a + 2b + 12 = 0$ car $c = 3$
  On obtient donc l'équation $a + 2b + 12 = 0$
- $f(3) = 0 \Leftrightarrow a \times (3)^2 + 3b + c = 0 \Leftrightarrow 9a + 3b + 3 = 0$ car $c = 3$
  Donc on obtient donc l'équation $3a + b + 1 = 0$

Résolvons le système $\begin{cases} a + 2b + 12 = 0 \\ 3a + b + 1 = 0 \end{cases}$ pour déterminer les valeurs de a et b.

$$\begin{cases} a + 2b + 12 = 0 \\ 3a + b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + 12 = 0 \\ -5a + 10 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \end{cases}$$

Par conséquent, l'expression de la fonction f est:
$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$

Exercice 4 :

1. Donnons à partir du graphes les valeurs de $f(0)$, $f(2)$ et $f(-3)$.

- $f(0) = 6$
- $f(2) = 0$
- $f(-3) = 0$

2. Déterminons les réels a, b et c.
De ce qui précède on a : $f(0) = 6$, $f(2) = 0$ et $f(-3) = 0$

- $f(0) = 6 \Leftrightarrow a(0)^2 + b \times 0 + c = 6 \Leftrightarrow c = 6$
- $f(2) = 0 \Leftrightarrow a(2)^2 + 2b + c = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b + 6 = 0$ car $c = 6$ donc on obtient: $2a + b + 3 = 0$
- $f(-3) = 0 \Leftrightarrow a(-3)^2 - 3b + c = 0 \Leftrightarrow 9a - 3b + 6 = 0$
Donc on obtient $3a - b + 2 = 0$

Ainsi pour obtenir les valeurs de a et b résolvons le système suivant:

$$\begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ 3a - b + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ 3a - b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ 5a \qquad + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \quad = -1 \\ \quad b = -1 \end{cases}$$

Par conséquent, $a = -1, b = -1$ et $c = 6$

3. Déduisons l'expression de la fonction f.
De ce qui précède, $f(x) = -x^2 - x + 6$