

---

## CONTRÔLE 15

---

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur. Le barème est donné à titre indicatif. Le sujet est composé de six exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

### Exercice 1 :

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}$$

On note  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ , et son ensemble de dérivabilité, puis calculer la dérivée de  $f$ .
2. Si en un point d'abscisse  $x_0$ , la tangente à la courbe  $C$  est horizontale, quelle est la valeur du nombre dérivé  $f'(x_0)$ ? Déterminer les abscisses des points de la courbe où la tangente est horizontale.
3. Peut-on trouver des points de la courbe  $C$  où la tangente possède un coefficient directeur égal à  $-2$  ?
4. Déterminer les abscisses des points de la courbe  $C$  où la tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = -2x + 7$ , et l'équation de la tangente à  $C$  en ces points.

### Exercice 2 :

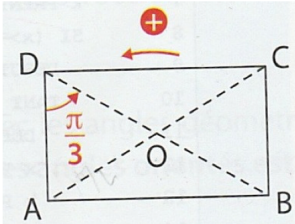
Un mobile se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . A chaque instant  $t$ , le mobile possède deux coordonnées dont la valeur dépend du temps  $t$ . On suppose que l'on a, pour tout  $t \geq 0$ ,

$$\begin{cases} x(t) = 10t \\ y(t) = 0,1t^2 - 5 \end{cases}$$

1. Calculer les coordonnées de la position occupée par le mobile à l'instant  $t = 0$ .

2. Pour  $t$  quelconque (pas seulement pour  $t = 0$ ), démontrer que  $y = 0,001x^2 - 5$ . Quelle type de courbe décrit le mobile au cours du temps ? Tracer cette courbe dans un repère, en prenant  $1\text{cm}$  pour 50 en abscisse, et  $1\text{cm}$  pour 5 en ordonnée.
3. On admet que la vitesse du mobile est représentée par le vecteur  $\vec{V}(t)$  de coordonnées  $\vec{V}(t) \begin{vmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{vmatrix}$ .  
Quelles sont les coordonnées du vecteur vitesse à l'instant  $t = 0$ ? Représenter ce vecteur sur votre graphique.

### Exercice 3 :



Dans le plan orienté, ABCD est un rectangle de centre O tel que  $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{2}$ , et  $(\vec{DA}, \vec{DB}) = \frac{\pi}{3}$ ,  
Trouvez une mesure de  $(\vec{OA}, \vec{OB})$ , puis de  $(\vec{OD}, \vec{CB})$ .

### Exercice 4 :

Un triangle ABC est dit "direct" lorsque l'ordre des points A, B, C est dans le sens trigonométrique. Démontrez que la somme des mesures des angles orientés d'un triangle orienté direct est égale à  $\pi + 2k\pi$ , c'est-à-dire que :

$$(\vec{AB}, \vec{AC}) + (\vec{BC}, \vec{BA}) + (\vec{CA}, \vec{CB}) = \pi + 2k\pi$$

### Exercice 5 :

Dans un magasin qui ne vend qu'un seul type d'appareils électroménagers, un cabinet de contrôle a relevé la durée de vie de 100 appareils vendus. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Durée de vie (années)	1	2	3	4	5	6
Effectif	4	8	14	23	29	22

- Calculer les couples (moyenne ; écart-type) et (médiane ; écart interquartile) de cette série statistique (écrire les calculs).
- Quels indicateurs pourraient utiliser respectivement le responsable du magasin et un contrôleur d'une association de consommateurs pour commenter la durée de vie des appareils ménagers vendus dans ce magasin ? Pourquoi ?

### Exercice 6 :

- On considère la série des 100 premiers entiers naturels non nuls.
  - Quelle est la médiane de cette série ?
  - Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série, et construire son diagramme en boîte.

2. On considère l'algorithme ci-après :

**Algorithme :**

**Variables**

$n$  et  $i$  sont des nombres entiers

$S$  est un nombre réel

**Entrée**

Saisir  $n$

**Traitement**

$S$  prend la valeur 0

Pour  $i$  allant de 1 à  $n$

$S$  prend la valeur  $S + i$

Fin pour

**Sortie**

Afficher  $S$

- (a) Que fait cet algorithme ?
- (b) Modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche la moyenne des 100 premiers entiers naturels non nuls.