CONTRÔLE 7

Exercice 1 :

On considère la fonction polynôme f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = 2x^3 - 6x - 1$$

1. Calculer la fonction dérivée de f et donner le résultat sous la forme la plus factorisée possible.
2. Déterminer l'équation de la droite tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
3. Déterminer les deux abscisses en lesquelles la droite tangente à $\mathcal{C}_f$ est horizontale.

Exercice 2 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes en simplifiant au maximum.

1. $f(x) = (x^2 + 5)\sqrt{x}$ pour $x \in \mathbb{R}_+^*$.
   Expliquer pouquoi la courbe n'admet aucune tangente horizontale.
2. $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$ pour $x \in \mathbb{R}$.
   Donner l'équation de la droite tangente au point d'abscisse 1.
3. $h(x) = \sqrt{5x + 6}$ pour $x \in \left]-\dfrac{5}{6}, +\infty\right[$.
   Déterminer l'abscisse x en laquelle la droite tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ est parallèle à la droite l'équation $y = \dfrac{5}{8}x + 4$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par

$$f(x) = x\sqrt{x}$$

1. Etudier la dérivabilité de f en 0 en revenant à la définition de cette notion.
2. Donner l'expression de la fonction dérivée de f sur son ensemble de dérivabilité, en la simplifiant le plus possible.