

Chapitre 7 : Trigonométrie

1 Se repérer sur le cercle trigonométrique

1.1 convertir degrés et radians

Exercice 1 :

Recopier et compléter le tableau suivant.

Mesure en degré	90	210	15	...
Mesure en radian	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{55\pi}{2}$

Exercice 2 :

Convertir en radian les mesures d'angles exprimées en degré.

- 150°
- 12°
- 40°
- 195°

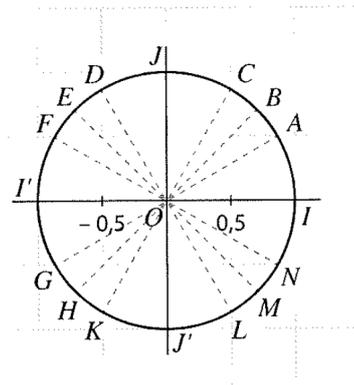
Exercice 3 :

Convertir en degré les mesures d'angles exprimées en radian.

- $\frac{2\pi}{9}$
- $\frac{7\pi}{24}$
- $\frac{5\pi}{12}$

1.2 Placer des points sur le cercle trigonométrique

Exercice 4 :



- Sur le cercle ci-dessus, quels sont les points-images des réels suivants?
 - $-\pi$
 - $\frac{\pi}{2}$
 - $-\frac{\pi}{2}$
 - 4π
 - -3π
- Sur le cercle ci-dessus, quels sont les points-images des réels suivants?
 - $\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{4}$
 - $\frac{\pi}{3}$
- En déduire les points-images des nombres réels ci-dessous.
 - $\frac{\pi}{6} + \pi$
 - $\frac{\pi}{3} + 2\pi$
 - $\frac{5\pi}{4}$
 - $\frac{13\pi}{3}$
- Donner cinq nombres réels qui ont D comme point-image.

Exercice 5 :

Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C, D et E associés respectivement, par enroulement de la droite numérique, aux nombres réels suivants.

1. 2π
2. $\frac{3\pi}{4}$
3. $\frac{7\pi}{6}$
4. $-\frac{2\pi}{3}$
5. $\frac{\pi}{2}$

Exercice 6 :

Placer sur le cercle trigonométrique les points L, M, N, P et Q associés respectivement, par enroulement de la droite numérique, aux nombres réels donnés en 1 et en 2.

1. (a) 13π
 (b) $\frac{3\pi}{5}$
 (c) $-\frac{11\pi}{4}$
 (d) -26π
 (e) $-\frac{16\pi}{3}$
2. (a) $\frac{101\pi}{2}$
 (b) $\frac{37\pi}{2}$
 (c) $-\frac{7\pi}{6}$
 (d) $\frac{28\pi}{3}$
 (e) $-\frac{15\pi}{7}$

Exercice 7 :

Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C et D associés respectivement, par enroulement de la droite numérique, aux nombres réels donnés en 1 et en 2.

1. (a) $\frac{50\pi}{3}$

(b) $\frac{19\pi}{6}$

(c) $-\frac{25\pi}{4}$

(d) 151π

2. (a) $\frac{25\pi}{2}$

(b) $-\frac{43\pi}{3}$

(c) $\frac{2\pi}{15}$

(d) $-\frac{7\pi}{10}$

Exercice 8 :

Un fil est enroulé autour d'une bobine de 1 cm de rayon. La longueur du fil est $\frac{2019\pi}{2}$ cm.

1. Combien a-t-on fait de tours entiers de fil sur la bobine?
2. Quelles positions ont les deux extrémités du fil sur la face circulaire vue en coupe? Faire une figure.

Exercice 9 :

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. Les nombres $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{5\pi}{2}$ ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.
2. Les nombres $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$ ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.
3. Les nombres $\frac{5\pi}{2}$ et $-\frac{7\pi}{2}$ ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.
4. Les nombres $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$ ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

Exercice 10 : 1. Placer sur le cercle trigonométrique le point-image du nombre $\frac{\pi}{3}$.

2. Donner deux nombres réels, l'un positif, l'autre négatif, qui ont ce même point pour point-image.

Exercice 11 :

Associer entre eux les réels de la 1^{re} et de la 2^e ligne qui ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

$$\bullet \pi \quad \bullet \frac{\pi}{2} \quad \bullet -\frac{\pi}{4} \quad \bullet 12\pi \quad \bullet -\frac{7\pi}{4} \quad \bullet \frac{3\pi}{2} \quad \bullet \frac{\pi}{3} \quad \bullet \frac{7\pi}{6}$$

$$\bullet 2\pi \quad \bullet \frac{7\pi}{4} \quad \bullet -\frac{5\pi}{6} \quad \bullet \frac{7\pi}{3} \quad \bullet 3\pi \quad \bullet \frac{\pi}{4} \quad \bullet \frac{5\pi}{2} \quad \bullet -\frac{5\pi}{2}$$

Exercice 12 :

Indiquer, en justifiant la réponse, si les deux réels de chaque couple ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

- $\frac{18\pi}{5}$ et $\frac{3\pi}{5}$
- $-\frac{7\pi}{3}$ et $\frac{7\pi}{3}$
- $\frac{5\pi}{6}$ et $-\frac{19\pi}{6}$
- $-\frac{7\pi}{4}$ et $\frac{17\pi}{4}$

2 Faire le lien avec les fonctions sinus et cosinus

Exercice 13 :

Donner la valeur exacte des nombres suivants.

- $\cos(2014\pi)$
- $\sin\left(\frac{125\pi}{2}\right)$
- $\cos\left(\frac{55\pi}{3}\right)$
- $\sin\left(\frac{-95\pi}{4}\right)$

Exercice 14 :

Donner la valeur exacte des deux expressions suivantes.

$$A = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Exercice 15 :

Calculer les expressions suivantes.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3\pi\right) - \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$B = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Exercice 16 :

On admet le résultat suivant :

$$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}.$$

- En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 17 :

Simplifier le plus possible les expressions suivantes.

$$A = \cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

Exercice 18 :

En utilisant des valeurs remarquables, déterminer les valeurs exactes du cosinus et du sinus des nombres réels suivants.

$$\frac{15\pi}{3} \quad \frac{9\pi}{4} \quad \frac{7\pi}{6} \quad \frac{2018\pi}{4}$$

$$-\frac{5\pi}{2} \quad -\frac{28\pi}{3}$$

Exercice 19 :

En utilisant des valeurs remarquables, déterminer les valeurs exactes du cosinus et du sinus des nombres réels suivants.

$$\frac{101\pi}{6} \quad \frac{70\pi}{3} \quad \frac{25\pi}{4} \quad \frac{21\pi}{2}$$

$$-\frac{15\pi}{2} \quad \frac{43\pi}{4} \quad \frac{19\pi}{6}$$

$$\frac{1981\pi}{3}$$

Exercice 20 :

- Calculer la valeur exacte des nombres réels suivants.

$$C = \cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) +$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$S = \sin(0) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

2. Comparer les nombres réels C et S .
Justifier ce résultat.

Exercice 21 :

Calculer chaque expression; donner si nécessaire le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

1. $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$
2. $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
3. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
4. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi)$

Exercice 22 :

Sans utiliser une calculatrice, donner la valeur exacte des nombres suivants.

1. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
2. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
3. $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$
4. $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
5. $\cos\left(\frac{19\pi}{3}\right)$
6. $\sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$

Exercice 23 :

Sans calculatrice, calculer et réduire au même dénominateur les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires.

1. $\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{-7\pi}{4}\right)$
2. $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \sin(2\pi) + \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\cos(-2018\pi) - \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
4. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

Exercice 24 :

Sans calculatrice, calculer les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires s'il y en a.

1. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{13}\right) + \sin^2\left(\frac{-\pi}{13}\right)$
2. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos(-\pi)$
4. $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}$