Baccalauréat 2013 STI2D

Exercice 1 :

Une fabrique de desserts dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des pots de crème glacée . La masse en grammes de crème glacéee contenue dans chacun des pots peut être modélisée par une variable aléeatoire X qui suit la loi normale d'espéerance 100 et d'écart type 0,43.

1. Afin de contrôler le remplissage des pots, le responsable qualitée souhaite disposer de certaines probabilités
   Le tableau ci-dessous présente le calcul, effectuée à l'aide d'un tableur, des probabilités de quelques événements pour une loi normale d'espérance 100 et d'écart type 0,43.

a	$p(X \leq a)$
98	0,00000165
98,5	0,00024299
99	0,01002045

a	$p(X \leq a)$
99,5	0,12245722
100	0,50000000
100,5	0,87754278

a	$p(X \leq a)$
101	0,98997955
101,5	0,99975701
102	0,99999835

   Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.
   Pour les calculs de probabilités, on utilisera éventuellement le tableau précédent ou la calculatrice.

   (a) Déterminer la probabilité de l'événement $\ll X > 99 \gg$.

   (b) Déterminer la probabilité de l'événement $\ll 99 \leq X \leq 101 \gg$.

   (c) Le pot est jugé conforme lorsque la masse de crème glacée est comprise entre 99 grammes et 101 grammes.
   Déterminer la probabilité pour qu'un pot prélevé aléatoirement soit non conforme.

2. Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion p de pots conformes dans la production est 98 %.

   (a) L'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pots conformes sur un échantillon de taille n est

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

   Déterminer les bornes de l'intervalle I pour un échantillon de taille 120.

   (b) On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 120 pots de manière aléatoire. Au cours d'un de ces contrôles, un technicien compte 113 pots conformes.
   En utilisant l'intervalle de fluctuation précédent, prendra-t-on la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production ?

Exercice 2 :

On éteint le chauffage dans une pièce d'habitation à 22 h. La température y est alors de 20^{o}C.
Le but de ce problème est d'étudier l'évolution de la température de cette pièce, puis de calculer l'énergie dissipée à l'extérieur, au cours de la nuit, de 22 h à 7 h le lendemain matin.
On suppose, pour la suite du problème, que la température extérieure est constante et égale à 11^{o}C.
On désigne par t le temps écoulé depuis 22 h, exprimé en heures, et par $f(t)$ la température de la pièce exprimée en ^{o}C. La température de la pièce est donc modélisée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0, 9]$.

Partie A :

1. Prévoir le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0, 9]$.

   On admet désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0, 9]$ par $f(t) = 9e^{-0,12t} + 11$.

2. Donner une justification mathèmatique du sens de variation trouvé à la question précédente
3. Calculer $f(9)$. En donner la valeur arrondie au dixième puis interpréter ce résultat.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'heure à partir de laquelle la température est inférieure à 15^{o}C
5. Retrouver le résultat précédent en résolvant une inéquation.

Partie B :
Le flux d'énergie dissipée vers l'extérieur, exprimé en kilowatts (kW), est donné par la fonction g telle que, pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0, 9]$,

$$g(t) = 0,7e^{-0,12t}.$$

L'énergie ϵ ainsi dissipée entre 22 h et 7 h, exprimée en kilowattheures (kWh), s'obtient en calculant l'intégrale

$$\epsilon = \int_0^9 g(t)dt$$

1. Calculer la valeur exacte de l'énergie dissipée.
2. En déduire une valeur arrondie de ϵ à 0,1 kWh près.

Exercice 3 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. Une écriture sous forme exponentielle du nombre complexe $z = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$ est :
   (a) $z = 4e^{-i\dfrac{\pi}{6}}$
   (b) $z = 2\sqrt{2}e^{-i\dfrac{\pi}{6}}$
   (c) $z = 4e^{-i\dfrac{\pi}{3}}$
   (d) $z = 2\sqrt{2}e^{i\dfrac{\pi}{6}}$

2. Si $z_1 = 3\sqrt{2}e^{i\dfrac{\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}e^{-i\dfrac{5\pi}{6}}$, alors le quotient $\dfrac{z_1}{z_2}$ vaut :

   (a) $3\sqrt{2}e^{-i\dfrac{7\pi}{12}}$
   (b) $3e^{-2i\pi}$
   (c) $3\sqrt{2}e^{i\dfrac{13\pi}{12}}$
   (d) $3e^{i\dfrac{13\pi}{12}}$

3. On considère l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$, où y désigne une fonction deux fois dérivable sur l'ensemble des réels. Une solution f de cette équation est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

   (a) $f(x) = 4e^{9x}$
   (b) $f(x) = -0,2e^{-9x}$
   (c) $f(x) = 7\cos(9x) - 0,2\sin(9x)$
   (d) $f(x) = 0,7\sin(3x)$

4. On considère l'équation différentielle $y' + 7y = 0$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels. La solution f de cette équation telle que $f(0) = 9$ est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

   (a) $f(x) = 9e^{7x}$
   (b) $f(x) = 9e^{-7x}$
   (c) $f(x) = -9e^{7x}$
   (d) $f(x) = -9e^{-7x}$

Exercice 4 :

La plupart des lignes électriques font circuler du courant alternatif. Certaines font circuler du courant continu à très haute tension qui occasionne moins de pertes que le courant alternatif, notamment lorsque les lignes sont immergées, mais aussi lorsque les distances sont très importantes.
En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydro-électrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1 900 km; sa puissance électrique initiale est de 6 400 MW ; le courant est transporté sous une tension de 800 kV.

Lorsque du courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue. On estime les pertes de puissance électrique d'un courant continu à très haute tension à 0,3 % pour une distance de 100 kilomètres.

Partie A :
On note $p_0 = 6400$. Pour tout nombre entier naturel non nul n, on note p_n la puissance électrique restant dans la ligne Xiangjiaba-Shanghai au bout d'une distance de n centaines de kilomètres. Ainsi p_1 est la puissance électrique restant dans la ligne au bout de 100 km.

1. Montrer que $p_1 = 0,997p_0$

2. Quelle est la puissance électrique au MW près par défaut restant dans la ligne Xiangjiaba-Shanghai au bout de 200 km ?

3. Déterminer la nature de la suite (p_n) puis exprimer p_n en fonction de n.

Partie B :
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Variables
    n : un nombre entier naturel
    q : un nombre réel
    p : un nombre réel
Entrée
    Saisir n
Initialisation
    Affecter à p la valeur 6 400
    Affecter à q la valeur 0,997
Traitement
    Répéter n fois
      Affecter à p la valeur p × q
Sortie
    Afficher p
```

1. On entre dans l'algorithme la valeur $n = 3$.
   Faire fonctionner cet algorithme pour complèter les cases non grisées du tableau suivant, que l'on recopiera (on donnera des valeurs arrondies à l'unité près par défaut).

	n	q	p
Entrées et initialisation	3	0,997	6400
1^{er} passage dans la boucle de l'algorithme			
2^{e} passage dans la boucle de l'algorithme			
3^{e} passage dans la boucle de l'algorithme			

2. Interpréter la valeur de p obtenue au troisième passage dans la boucle de l'algorithme.

3. Quel est le pourcentage de perte de puissance électrique en ligne au bout de 300 km ?

Partie C :

1. Quelle est la puissance électrique à l'arrivée de la ligne Xiangjiaba-Shanghai ?

2. D'autres lignes électriques à très haute tension, en courant continu, sont en cours d'étude.
   On souhaite limiter la perte de puissance électrique à 7 % sur ces lignes.

   (a) La ligne Xiangjiaba-Shanghai répond-t-elle à cette contrainte ?

   (b) Déterminer, à cent kilomètres près, la longueur maximale d'une ligne à très haute tension en courant continu pour laquelle la perte de puissance reste infèrieure à 7 %.

The End.